

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS  
INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



## *Trabajo Fin de Máster*

### ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL SENSADO ESPECTRAL DE ENERGÍA COOPERATIVO

(Experimental study of cooperative  
energy spectral sensing )

Para acceder al Título de

*Máster Universitario en  
Ingeniería de Telecomunicación*

Autor: Adrian Díaz Fernández

Abril - 2021



E.T.S DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

## MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

### CALIFICACIÓN DEL TRABAJO FIN DE MÁSTER

**Realizado por:** Adrián Díaz Fernández

**Director del TFM:** Jesús Pérez Arriaga

**Título:** “Estudio experimental del sensado espectral de energía cooperativo”

**Title:** “Experimental study of cooperative energy spectral sensing”

**Presentado a examen el día:** – 15 de Abril de 2021–

para acceder al Título de

## MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

### Composición del Tribunal:

Presidente (Apellidos, Nombre):	Ibáñez Díaz, Jesús
Secretario (Apellidos, Nombre):	Pontón Lobete, M <sup>a</sup> Isabel
Vocal (Apellidos, Nombre):	Posadas Cobo, Héctor

Este Tribunal ha resuelto otorgar la calificación de: .....

Fdo.: El Presidente

Fdo.: El Secretario

Fdo.: El Vocal

Fdo.: El Director del TFG  
(sólo si es distinto del Secretario)

VºBº del Subdirector

Trabajo Fin de Grado N°  
(a asignar por Secretaría)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

## *Resumen*

Máster en Ingeniería de Telecomunicación

por *Adrián Díaz Fernández*

**E**l sensado espectral es una práctica muy común en los sistemas de comunicaciones. En los entornos donde el espectro radio está limitado o restringido al uso de los usuarios legítimos, el sensado espectral es fundamental para monitorizar y detectar si el canal ó canales de interés están libres u ocupados. Entre sus aplicaciones se encuentran, la monitorización de redes heterogéneas, la cartografía de redes dinámica y la radio cognitiva, siendo esta última, una de las motivaciones del proyecto.

Este proyecto se centra en la implementación de un detector de energía para sensado espectral. El objetivo principal es realizar un estudio experimental de un detector de energía cooperativo (con 2 sensores). Después de la introducción de la base teórica, se explica la metodología y la configuración de los parámetros y dispositivos empleados en los experimentos. Se representan e interpretan los resultados obtenidos del detector cooperativo aplicando diferentes técnicas de cooperación como “Hard Fusion” ó “Soft Fusion”. También se compara a nivel de prestaciones con el detector de energía simple (con 1 sensor) y se evalúa de entre todas las combinaciones cual es la que mejor prestaciones ofrece en cada caso. Como conclusión se ha determinado que la utilización varios sensores, normalmente, mejora el rendimiento del detector de energía.

***Palabras clave*** — Sensado Espectral Cooperativo, Detector de Energía, Radio Cognitiva, “Hard Fusion”, “Soft Fusion”, Test de hipótesis binario

UNIVERSITY OF CANTABRIA

## *Abstract*

Master in Telecommunication Engineering

by *Adrián Díaz Fernández*

**S**pectral sensing is a very common practice in communications systems. In environments where the radio spectrum is limited or restricted only to legitimate users, spectral sensing is essential to monitor and detect whether the channel or channels of interest are available or busy. Its applications include heterogeneous network monitoring, dynamic network cartography and cognitive radio, being the last one one of the motivations for this thesis.

This project focuses on the implementation of an energy detector for spectral sensing. The main goal is to carry out an experimental study of a cooperative energy detector (with 2 sensors). After the introduction of the theoretical base, the methodology and the configuration of the parameters and devices used in the experiments are explained. The results obtained from the cooperative detector are represented and interpreted by applying different cooperation techniques such as “Hard Fusion” or “Soft Fusion”. In addition, the cooperative detector is compared with a simple energy detector (with 1 sensor) in terms of performance, and an evaluation is carried out defining the solution with higher performance among all the combinations in each case. In conclusion, it has been determined that the use of several sensors usually improves the performance of the energy detector.

**Key Words** — Cooperative Spectral sensing, Energy Detector, Cognitive Radio, Hard Fusion, Soft Fusion, Binary Hypothesis test

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

## *Estructura del Trabajo*

Máster en Ingeniería de Telecomunicación

por *Adrián Díaz Fernández*

Este trabajo puede dividirse en tres partes: contexto e introducción a la base teórica del detector de energía, explicación de la metodología empleada para llevar a cabo los experimentos y por último, interpretación de los resultados obtenidos. A continuación se describe de forma breve el contenido de cada uno de los capítulos que conforman el trabajo:

► **Capítulo 1**

El primer capítulo presenta el contexto y la motivación que a llevado a realizar este proyecto. Se detallan los objetivos y se contextualiza el objetivo principal, la implementación de un detector de energía para el sensado espectral cooperativo de tipo “Hard Fusion” y “Soft Fusion”.

► **Capítulo 2**

El segundo capítulo se dedica a la introducción de la base teórica que sustenta este proyecto. Se explican los mecanismos y modelos utilizados para el cálculo de los parámetros del detector de energía.

► **Capítulo 3**

El tercer capítulo se dedica a la de de los experimentos que se han llevado a cabo. Se detalla la metodología y procesos empleados así como la configuración de la instrumentación de laboratorio empleada y las diferentes fases de los experimentos.

► **Capítulo 4**

Este cuarto capítulo se representan e interpretan algunos de los resultados obtenidos en los experimentos realizados.

► **Capítulo 5**

En este capítulo se presentan las conclusiones y líneas futuras. En él se detallan las conclusiones extraídas de los experimentos que se han llevado a cabo. Adicionalmente, se presentan algunas líneas futuras y posibles experimentos adicionales interesantes que se podrían realizar basándose en este trabajo.

# *Agradecimientos*

**D**ebo agradecer en primer lugar el apoyo constante de mi tutor Jesús que cuando he tenido dudas o problemas me las ha resuelto prácticamente al instante. También agradecer al departamento GTAS de la Universidad por darme la oportunidad de trabajar y aprender con ellos. A pesar de no haberme especializado en la rama de telecomunicaciones, Jesús Pérez y Jesús Ibañez han tenido la paciencia para ayudarme a repasar todos los conceptos necesarios para realizar con éxito este proyecto.

También agradecer todo el apoyo a lo largo del curso a los profesores que durante estos 6 años he aprendido tanto de ellos. Ha sido un placer haber tenido la oportunidad de ser vuestro alumno.

Por supuesto, agradezco a mis amigos y compañeros por todo el apoyo que me han dado, por permitirme compartir esta etapa de mi vida con ellos y también, empujarme de alguna manera a llegar a ser la persona que soy hoy en día.

Finalmente, y no menos importante, agradecer a mi familia que me ha apoyado incondicionalmente desde que tengo uso de razón, educándome y dándome la posibilidad de haber llegado a esta etapa de mi vida en la que decidí hace 6 años realizar esta carrera y que involuntariamente han llegado a formar parte de este proyecto final de máster.

MUCHAS GRACIAS

# Índice general

<b>Índice general</b>	<b>I</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>III</b>
<b>Acrónimos</b>	<b>v</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Contexto . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	3
<b>2. Detector de energía</b>	<b>4</b>
2.1. Teoría y modelo del sistema . . . . .	4
2.1.1. Introducción al detector de energía . . . . .	4
2.1.2. Estados del usuario primario . . . . .	4
2.1.3. Medida de la energía . . . . .	5
2.1.4. Distribución de la energía estimada . . . . .	5
2.2. Detector de energía con un solo receptor . . . . .	6
2.3. Detector de energía cooperativo . . . . .	7
2.3.1. Hard Fusion . . . . .	7
2.3.2. Soft Fusion . . . . .	9
2.4. Interpretación de resultados . . . . .	10
2.4.1. Curvas ROC . . . . .	10
2.4.2. Probabilidad de detección frente a la SNR . . . . .	12
<b>3. Estudio experimental</b>	<b>14</b>
3.1. Preparación del experimento . . . . .	14
3.2. Secuencia de tramas y configuración de las USRP . . . . .	15
3.2.1. Generación de la secuencia de tramas . . . . .	15

3.2.2. Transmisión . . . . .	16
3.2.3. Recepción . . . . .	17
3.3. Metodología y Caracterización del detector . . . . .	18
3.3.1. Sincronización de trama . . . . .	18
3.3.2. Estima de la potencia de ruido y las SNR's . . . . .	22
3.3.3. Medida de las energías . . . . .	23
3.3.4. Rendimiento del detector . . . . .	25
<b>4. Resultados del experimento</b>	<b>27</b>
4.1. Resultados para un solo sensor . . . . .	27
4.2. Resultados para dos sensores . . . . .	33
<b>5. Conclusiones y líneas futuras</b>	<b>43</b>
5.1. Conclusiones del trabajo . . . . .	43
5.2. Líneas futuras . . . . .	44



# Índice de figuras

1.1. Etapas de la Radio Cognitiva . . . . .	2
2.1. Ejemplo Curvas ROC para J=2 sensores . . . . .	11
2.2. Ejemplo de curvas de probabilidad de detección vs SNR (para varios valores de M con J=1) . . . . .	12
2.3. Ejemplo de curvas de probabilidad de detección vs SNR para $J = 2$ sensores . . . . .	13
3.1. Diagrama del Setup utilizado . . . . .	14
3.2. Esquema de la transmisión . . . . .	16
3.3. Esquema de la recepción . . . . .	17
3.4. Diagrama de las funciones . . . . .	18
3.5. Desplazamiento de la señal original(CT) para realizar la convolución circular con la señal recibida . . . . .	19
3.6. Planteamiento de la sincronización . . . . .	20
3.7. Convolución circular de la señal recibida con la señal original . . . . .	21
3.8. Señales recibida y original sincronizada . . . . .	21
3.9. División de la señal sincronizada en los vectores $\vec{Z}_{0_j}$ y $\vec{Z}_{1_j}$ . . . . .	22
3.10. Distribución del vector de energía bajo $\mathcal{H}_0$ . . . . .	24
3.11. Distribución del vector de energía bajo $\mathcal{H}_1$ . . . . .	24
4.1. Curvas ROC para J=1 y M=32 . . . . .	27
4.2. Curvas ROC para J=1 y M=64 . . . . .	28
4.3. Curvas ROC teórica y estimada para J=1, M=32 y $\hat{g} = -1.92dB$ . . . . .	29
4.4. Autocorrelación de la señal recibida . . . . .	29
4.5. Probabilidades de detección estimada y teórica vs SNR para J=1 y M=32 . . . . .	31
4.6. Probabilidad de detección estimada vs SNR para M=16, 32 y 64 . . . . .	32
4.7. Curvas ROC para $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$ , J=2 y M=32 . . . . .	33
4.8. Curvas ROC para $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$ , J=2 y M=32 con HF-AND . . . . .	34

4.9. Probabilidad de detección estimada vs SNR para $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$ , $M=32$ y $J=2$ . . . . .	35
4.10. Probabilidad de detección estimada vs SNR para $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$ , $M=32$ y $J=2$ con HF-AND . . . . .	36
4.11. Curvas ROC para $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$ , $J=2$ y $M=32$ . . . . .	37
4.12. Curvas ROC para $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$ , $J=2$ y $M=32$ con HF-OR . . . . .	38
4.13. Probabilidad de detección estimada vs SNR para $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$ , $M=32$ y $J=2$ . . . . .	39
4.14. Curvas ROC para $\hat{g}_1 \gg \hat{g}_2$ , $J=2$ y $M=32$ . . . . .	40
4.15. Curvas ROC para $\hat{g}_1 \gg \hat{g}_2$ , $J=2$ y $M=32$ con SF . . . . .	41
4.16. Probabilidad de detección estimada vs SNR para $\hat{g}_1 \gg \hat{g}_2$ , $M=32$ y $J=2$ . . . . .	42

# Acrónimos

CR	Cognitive Radio (Radio Cognitiva)
FC	Fusion center (Centro de Fusión)
PU	Primary User (Usuario Primario)
SU	Secondary User (Usuario Secundario)
DSA	Dynamic Spectrum Access (Acceso dinámico al espectro)
QoS	Quality of Service (Calidad de servicio)
SNR	Signal-to-Noise Ratio (Relación señal a ruido)
fdp	Función densidad de probabilidad
LRT	Likelihood Ratio Test (Test de máxima verosimilitud)
GLRT	Generalized Likelihood Ratio Test (LRT Generalizado)
ML	Maximum Likelihood (Máxima verosimilitud)
CDF	Cumulative Distribution Function (Función de distribución acumulada)
CN	Complex Normal (Compleja normal)
USRP	Universal Software Radio Peripheral (Dispositivo radio de software universal)
SF	Soft Fusion
HF	Hard Fusion
CT	Conjunto de tramas

# CAPÍTULO 1

## Introducción

Este primer capítulo sirve como introducción del trabajo. Trata de contextualizar el tema principal del proyecto el cual detallará la implementación de un detector de energía para el sensado espectral cooperativo de tipo “Hard Fusion” y “Soft Fusion”. En este capítulo se explicará el contexto y los objetivos del proyecto.

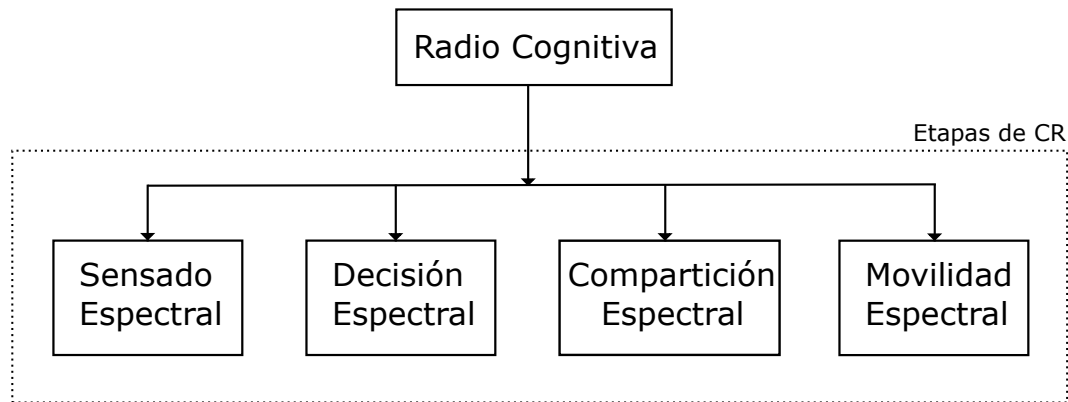
### 1.1. Contexto

Teléfonos móviles, la televisión, los mandos de control remoto e incontables dispositivos de comunicación inalámbrica son usados a diario por la mayoría de la población mundial. Todo dispositivo inalámbrico usa alguna frecuencia para comunicarse y esto hace que el espectro radio sea uno de los recursos más estrictamente regulados de todos los tiempos.

A pesar de estas regulaciones, se ha demostrado que el espectro radio esta siendo ineficientemente utilizado [1] ya que, mientras las bandas de frecuencia de la telefonía móvil se encuentran sobrecargadas en la mayor parte del mundo, las bandas de frecuencia de radio aficionados, canales de televisión o frecuencias de localización están siendo desaprovechadas. Varios estudios coinciden en esta observación [2, 3] y además convergen en la idea de que la utilización del espectro depende del tiempo y del lugar.

Una asignación permanente del espectro restringe el uso de determinadas frecuencias a los servicios o usuarios que han conseguido la licencia para operar sobre dichas frecuencias. Algunos de estos servicios están inactivos o no ocupan todo el tiempo el espectro y por consecuencia la banda de frecuencia que le corresponde estará en desuso durante intervalos de tiempo o de forma permanente. Esta desocupación del espectro es la motivación de los usuarios secundarios(SU) para utilizar bandas de frecuencia sujetas a autorización, asumiendo que no provocarían ninguna interferencia ya que en caso de que el usuario primario(PU) quisiera transmitir, los SU's deberían cambiar a otra banda frecuencia para seguir transmitiendo. Para poder aprovechar estos huecos temporales en el espectro electromagnético se ideó la Radio Cognitiva(CR).

A través de CR se puede realizar una administración de las bandas electromagnéticas de forma dinámica [4]. Los principios de CR se basan en la capacidad cognitiva y en la reconfigurabilidad autónoma [5] e incluye 4 etapas principales que son en orden sensado, decisión, compartición y movilidad del espectro (1.1).



**Figura 1.1.** Etapas de la Radio Cognitiva

1. **Sensado espectral:** Se encarga de detectar la presencia de los PU's en diferentes bandas del espectro usando técnicas de detección como la basada en energía, cicloestacionalidades, o bases de datos de geolocalización entre otras.
2. **Decisión espectral:** Una vez detectadas las bandas disponibles se decide seleccionar la banda que maximice el rendimiento de la aplicación del SU's, sin causar interferencia a los PU's.
3. **Compartición espectral:** Es posible usar de manera colectiva las bandas con varios SU's. A esta práctica se le conoce como compartición del espectro y, en CR, se realiza de manera dinámica en frecuencia, tiempo o lugar.
4. **Movilidad espectral:** Los SU's pueden utilizar la banda licenciada disponible, pero tan pronto se detecte la transmisión de un PU, los SU's deberán buscar una nueva banda de frecuencia disponible para continuar su transmisión.

La red de radio cognitiva(CRN) opera dentro de la región de cobertura de los PU's utilizando técnicas de acceso dinámico al espectro(DSA) sin provocar interferencias a los PU's. Para ello, los SU's, realizando un sensado espectral en las bandas de interés, adquieren muestras de señal que luego envían al "Fusion Center"(FC). El FC es el elemento centralizador y se encarga de analizar la información recibida de los SU's y detectar la actividad de los PU's usando las técnicas mencionadas en la etapa del sensado espectral (1.1). Una vez analizada la información y conocidas las bandas de frecuencia disponibles, el FC formará la lista definitiva de las bandas junto con la calidad del servicio (QoS) disponible en cada caso, con el fin de que puedan ser aprovechadas por los SU's [6].

## 1.2. Objetivos

Este proyecto se ha centrado en la primera etapa de CR, el sensado espectral. El objetivo principal de este proyecto es detectar la presencia de señales de PU's en el espectro mediante el empleo de técnicas de detección basadas en la energía de las señales.

Partiendo de un modelo teórico, se ha llevado a cabo el montaje de un sistema de comunicaciones para reproducir un entorno realista de una CRN y realizar un estudio experimental del detector de energía. Para ello se ha empleado herramienta de laboratorio como son las USRP's ("Universal Software Radio Peripheral") [7]. Se explica la metodología y los diferentes sistemas y algoritmos para conseguir caracterizar el detector.

Al principio, se ha empleado un único sensor CR (de ahora en adelante, sensor) teniendo un detector de energía simple. Convergiendo con un estudio de la Universidad de California [8], se ha demostrado que un detector de energía simple, bajo unas condiciones realistas determinadas, no puede garantizar una detección de presencia de señal adecuada.

Esto ha servido de motivación para utilizar más sensores en el sistema e implementar un detector de energía cooperativo.

Para cumplir el objetivo principal se ha tenido que dividir en varios objetivos secundarios:

- Definir los diferentes test de hipótesis en función del número de sensores y de las combinaciones empleadas. También se tienen que elegir los criterios de decisión para conocer el estado del canal y analizar las ventajas e inconvenientes de cada detector y combinación propuesta (a nivel teórico).
- Llevar a cabo el montaje de un sistema de comunicaciones y definir la información a transmitir y las diferentes configuraciones en transmisión y recepción de los dispositivos del sistema.
- Explicar la metodología empleada en el proceso de detección de señales, sincronización y extracción de los parámetros para la caracterización del rendimiento del detector.

# CAPÍTULO 2

## Detector de energía

**E**n este capítulo se introduce la base teórica de los temas de sensado espectral que se estudian en este proyecto. Se explican los mecanismos y modelos utilizados para el cálculo de los parámetros de los detectores de energía así como la relación que presentan con la teoría de los posteriores experimentos. El capítulo estará dividido en dos partes principales, la detección con un solo sensor y la detección cooperativa con más de un sensor. Previo a estos dos casos, hay un conjunto de secciones que explicarán la teoría que ambos tienen en común. Por último, se explican los diferentes métodos para interpretar los resultados de los experimentos..

### 2.1. Teoría y modelo del sistema

#### 2.1.1. Introducción al detector de energía

Los métodos basados en la detección de energía se basan en estimas de la energía recibida en la banda de frecuencias de interés. Se comparan dichas estimas con un umbral de detección<sup>1</sup> previamente calculado para decidir si se ha detectado una señal o no. Son métodos de baja complejidad que no requieren información previa de las señales que se transmiten y son utilizando a menudo en CR [9].

#### 2.1.2. Estados del usuario primario

Se considera un único PU operando en un canal de frecuencia dado. Dicho usuario puede tener dos estados. Sea  $s \in \{0, 1\}$  el indicador de estado del PU donde  $s = 1$  indica que está transmitiendo y  $s = 0$  que no lo está haciendo.

---

<sup>1</sup>El umbral de detección es el valor con el que comparar el valor de energía de la señal recibida para detectar si hay señales en la banda de frecuencia.

### 2.1.3. Medida de la energía

Sea una red con  $J$  sensores de energía. La  $m$ -ésima muestra de la señal banda base compleja en el sensor  $j$  es

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_0 : z_j(m) &= r_j(m), \\ \mathcal{H}_1 : z_j(m) &= h_j y(m) + r_j(m),\end{aligned}\quad (2.1)$$

donde  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  denotan las hipótesis  $s = 0$  y  $s = 1$ , respectivamente,  $y(m)$  es la señal transmitida por el PU,  $h_j$  denota el canal equivalente banda-base desde el PU hasta el receptor CR  $j$ , y  $r_j(m)$  es el ruido en el receptor CR  $j$ . Este ruido se supone blanco, Gaussiano, complejo, circular, y con varianza  $\sigma_j^2$ . También se modela  $y(m)$  como una señal compleja Gaussiana de media cero y varianza  $P$ . Este modelo es realista cuando el PU emplea una modulación multiportadora. Estas son suposiciones estándar en la literatura del sensado espectral. [10–12]

Como  $y(m)$  y  $r_j(m)$  son independientes, la distribución estadística de las muestras será

$$\mathcal{H}_s : z_j(m) \sim CN(0, \sigma_j^2 + s P |h_j|^2), \quad s = 0, 1, \quad (2.2)$$

donde  $CN(\mu, \sigma^2)$  denota una señal Gaussiana compleja circular de media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ .

La energía normalizada de la señal en el sensor  $j$  se define así

$$e_j = \frac{2}{\sigma_j^2} \sum_{m=1}^M |z_j(m)|^2, \quad (2.3)$$

donde  $M$  indica el numero de muestras para estimar la energía.

### 2.1.4. Distribución de la energía estimada

Considerando (2.2) y (2.3), las energías normalizadas son variables aleatorias con la siguiente distribución

$$\mathcal{H}_s : e_j = (1 + s g_j) X_j, \quad s = 0, 1, \quad (2.4)$$

donde  $X_j \sim \chi_{2M}^2$  es con una variable aleatoria chi-cuadrado con  $2M$  grados de libertad y  $g_j = P |h_j|^2 / \sigma_j^2$  es la SNR (Signal-to-Noise Ratio) en el sensor  $j$  cuando el PU esta activo.

Considerando (2.4), la función densidad de probabilidad(fdp) de  $e_j$ , condicionada a  $s$  y  $g_j$  es:

$$f(e_j | s, g_j) = \frac{2^{-M}}{\Gamma(M)} \frac{e_j^{M-1}}{(1 + s g_j)^M} \exp\left(\frac{-e_j}{2(1 + s g_j)}\right), \quad s = 0, 1. \quad (2.5)$$

Conviene destacar que para  $s = 0$  ( $\mathcal{H}_0$ ) la fdp no depende de  $g_j$ .

Sea  $\mathbf{e} = [e_1 \dots e_J]^T$  el vector que contiene las estimas de energía de los sensores en un instante dado. Se considera que las medidas de energía en distintos sensores son independientes (dado un valor de  $s$ ). Por lo tanto, la fdp del vector de energía es

$$f(\mathbf{e} | s, \mathbf{g}) = \prod_{j=1}^J f(e_j | s, g_j), \quad (2.6)$$

donde  $\mathbf{g} = [g_1 \dots g_J]^T$  es el vector de SNR's de los sensores.



## 2.2. Detector de energía con un solo receptor

Considerando el caso en el que se tenga un único receptor, será este el encargado de determinar si el canal esta libre o ocupado. En este apartado como se tiene un único sensor se suprime el subíndice  $j$  para simplificar la notación.

### Medida de la energía

El valor de la energía se mide siguiendo la expresión (2.3) para  $J = 1$

$$e = \frac{2}{\sigma^2} \sum_{m=1}^M |z(m)|^2, \quad (2.7)$$

donde  $\sigma^2$  y  $|z(m)|^2$  son la varianza de ruido y las muestras de energía de la señal en el sensor, respectivamente.

### LRT (Likelihood Ratio Test)

Suponiendo que la  $\text{SNR}(g)$  es conocida por el detector, la regla de decisión optima es el LRT [13]

$$\frac{f(e|\mathcal{H}_1)}{f(e|\mathcal{H}_0)} = \frac{f(e|s=1, g)}{f(e|s=0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma_0. \quad (2.8)$$

Aplicando (2.5) se tiene

$$f(e|s=0) = \frac{2^{-M}}{\Gamma(M)} e^{M-1} \exp\left(\frac{-e}{2}\right), \quad (2.9)$$

$$f(e|s=1, g) = \frac{2^{-M}}{\Gamma(M)} \frac{e^{M-1}}{(1+g)^M} \cdot \exp\left(\frac{-e}{2(1+g)}\right) \quad (2.10)$$

Sustituyendo (2.9) y (2.10) en (2.8) y realizando unas operaciones matemáticas (Anexo I) se obtiene el siguiente test

$$e \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma', \quad (2.11)$$

donde se hace notar que el estadístico no depende de  $g$  y el umbral ( $\gamma'$ ) es

$$\gamma' = \frac{1+g}{g} (2 \log(\gamma_0) + 2M \log(1+g)).$$

**Umbral de detección  $\gamma$  para una probabilidad de falsa alarma prefijada  $P_{FA}^*$** 

Según la expresión (2.4), bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_0$  tendremos

$$e = X,$$

siendo  $X$  una variable aleatoria chi-cuadrado con  $2M$  grados de libertad.

La  $P_{FA}^*$  es la probabilidad de falsa alarma prefijada y viene dada por

$$P_{FA}^* = P(e|H_0 > \gamma) = 1 - P(e|H_0 < \gamma) = 1 - F_X(\gamma),$$

siendo  $F_0(\gamma)$  la función de distribución acumulativa (CDF) de  $X$ .

Despejando de la expresión anterior obtenemos la expresión del umbral de detección para la probabilidad de falsa alarma prefijada,

$$\gamma = F_X^{-1}(1 - P_{FA}^*). \quad (2.12)$$

**Probabilidad de detección ( $P_D$ )**

Si se considera la hipótesis  $\mathcal{H}_1$  en la expresión (2.4) tendríamos

$$e = (1 + g)X.$$

La  $P_D$  viene dada por

$$P_D = P(e|H_1 > \gamma) = 1 - P(e|H_1 \leq \gamma) = 1 - F_X\left(\frac{\gamma}{1 + g}\right).$$

**2.3. Detector de energía cooperativo**

Se consideran dos tipos de detectores cooperativos, dependiendo de la información proporcionada por los sensores al FC: “Soft Fusion” y “Hard Fusion”.

**2.3.1. Hard Fusion**

En Hard Fusion, los sensores envían al FC la decisión tomada localmente a través de los canales de control<sup>1</sup>. Posteriormente, el FC tomará la decisión final sobre el estado del canal.

Los sensores toman la decisión de manera individual aplicando el mismo test que en el caso de un sensor (2.11). Respecto al umbral de detección, al no depender de  $g_j$  se calcula con (2.12).

La probabilidad de falsa alarma será la misma para todos los sensores, con un valor prefijado  $P_{FA}^*$  usado para calcular  $\gamma$ . Sin embargo, como se mostrará en el siguiente apartado, la probabilidad de falsa alarma global no coincidirá con la prefijada en cada sensor. La probabilidad de detección del sensor  $j$  se obtiene usando la expresión (2.2).

<sup>1</sup>Se consideran canales de control a los enlaces, alámbricos o inalámbricos, entre los sensores CR y el FC

### Criterio para la decisión final en el FC

Una vez que los sensores envían sus decisiones al FC, este tiene que tomar la decisión final en base a las decisiones tomadas por todos los sensores. Para esta decisión, en el FC, se consideran las reglas “OR” y “AND”.

Según la regla OR, se produce una detección cuando cualquier sensor  $j$  detecte el canal ocupado. Por lo que ejecutando esta regla en el FC, y teniendo en cuenta la  $P_{FA}^*$  y la  $P_{D_j}$  de cada sensor  $j$ , se obtienen las siguientes probabilidades de falsa alarma y detección globales

$$P_{FA}^{-OR} = 1 - \prod_{j=1}^J (1 - P_{FA}^*), \quad (2.13)$$

$$P_D^{-OR} = 1 - \prod_{j=1}^J (1 - P_{D_j}). \quad (2.14)$$

Para garantizar una probabilidad de falsa alarma global prefijada  $P_{FA}^{-OR*}$ , aplicando la regla OR, se debe asignar a cada sensor la siguiente probabilidad de falsa alarma prefijada

$$P_{FA}^* = 1 - (1 - P_{FA}^{-OR*})^{\frac{1}{J}}. \quad (2.15)$$

Con la  $P_{FA}^*$  se determinaría el umbral en cada sensor para obtener la  $P_{FA}^{-OR*}$  global deseada.

En el caso que se aplique la regla AND, el sistema detecta el canal ocupado cuando todos los sensores, una vez aplicado el test, la detecten, por lo que las ecuaciones de las probabilidades de falsa alarma y detección globales son

$$P_{FA}^{-AND} = (P_{FA}^*)^J, \quad (2.16)$$

$$P_D^{-AND} = \prod_{j=1}^J P_{D_j}. \quad (2.17)$$

Para garantizar una probabilidad de falsa alarma global prefijada  $P_{FA}^{-AND*}$ , aplicando la regla AND, se debe asignar a cada sensor la siguiente probabilidad de falsa alarma prefijada

$$P_{FA}^* = (P_{FA}^{-AND*})^{\frac{1}{J}} \quad (2.18)$$

Con la  $P_{FA}^*$  se determinaría el umbral en cada sensor para obtener la  $P_{FA}^{-AND*}$  global deseada.

### Análisis del detector

Existen dos tipos de errores posibles en el detector, falsa alarma o no detección. En CR, el segundo caso sería más grave, ya que los SU's podrían transmitir interfiriendo la señal transmitida por los PU's. Por ello, en función de la probabilidad de falsa alarma prefijada será interesante usar OR o AND. En el capítulo de resultados (4) se explicará cual es el mejor criterio.

La ventaja de la combinación “Hard Fusion” es que los canales de control entre los sensores  $j$  y el FC tienen una baja ocupación debido a que el sensor solo manda un 0 o 1 si el canal esta libre u ocupado, respectivamente.

### 2.3.2. Soft Fusion

En el caso de la combinación Soft Fusion, los sensores miden los valores de energía (2.3) y los envían al FC donde se toma la decisión.

#### LRT

Suponiendo que las SNR's son conocidas por el FC, la regla de decisión óptima es el LRT [13]

$$\frac{f(\mathbf{e}|\mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{e}|\mathcal{H}_0)} = \frac{f(\mathbf{e}|s=1, \mathbf{g})}{f(\mathbf{e}|s=0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma_0. \quad (2.19)$$

Considerando (2.5) y (2.6) el LRT se reduce a

$$\sum_{j=1}^J e_j \frac{g_j}{1+g_j} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma, \quad (2.20)$$

donde el umbral de detección es  $\gamma = 2 \log \gamma_0 + 2M \sum_{j=1}^J \log(1+g_j)$ . En este caso, el estadístico sí depende de las SNR's.

#### Aproximación del estadístico bajo la hipótesis $\mathcal{H}_0$

Considerando (2.4) y (2.20), el estadístico bajo la hipótesis nula es una combinación lineal de variables aleatorias chi-cuadrado independientes con  $2M$  grados de libertad,  $X_j$ ,

$$T = \sum_{j=1}^J w_j X_j, \quad (2.21)$$

donde los pesos son,

$$w_j = \frac{g_j}{1+g_j}. \quad (2.22)$$

Cabe destacar que se pondera más la energía del sensor con mejor SNR.

La CDF de la suma ponderada de variables aleatorias chi-cuadrado no tiene una expresión cerrada. Se han propuesto diferentes aproximaciones en la literatura técnica [14]. En este trabajo se ha adoptado la aproximación de Hall-Buckley [15]. Este es un método que aproxima la distribución del estadístico  $T$  (2.21) a una distribución gamma con la siguiente CDF

$$F_T(\gamma) \approx F_{\Gamma(K, \theta)} \left( \frac{4k_2}{k_3} (\gamma - k_1) + \frac{8k_2^3}{k_3^2} \right), \quad (2.23)$$

donde  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  son los tres primeros cumulantes de  $T$ , dados por:

$$k_1 = 2M \sum_{j=1}^J w_j, \quad k_2 = 4M \sum_{j=1}^J w_j^2, \quad k_3 = 16M \sum_{j=1}^J w_j^3, \quad (2.24)$$

y los parámetros de la distribución gamma son  $K = 4k_2/k_3^2$  y  $\theta = 2$ , respectivamente.

### Cálculo del umbral $\gamma$

Para garantizar una probabilidad de falsa alarma prefijada,  $P_{FA}^*$ , imponemos

$$P_{FA}^*(\gamma) = 1 - F_{\Gamma(K,\theta)}\left(\frac{4k_2}{k_3}(\gamma - k_1) + \frac{8k_2^3}{k_3^2}\right), \quad (2.25)$$

siguiendo las operaciones del anexo II, el umbral de detección,  $\gamma$ , se puede aproximar así

$$\gamma = \frac{k_3}{4k_2} \left[ F_{\Gamma(K,\theta)}^{-1}(1 - P_{FA}^*) + \frac{4k_2k_1}{k_3} - \frac{8k_2}{k_3^2} \right]. \quad (2.26)$$

$F_{\Gamma(K,\theta)}$  crece monótonamente y toma valores en el intervalo (0,1). Por tanto,  $F_{\Gamma(K,\theta)}^{-1}(1 - P_{FA}^*)$  se puede obtener fácilmente utilizando el algoritmo de bisección ó de la secante.

### Análisis del detector

La principal desventaja de Soft Fusion frente a Hard Fusion, es que el FC necesita conocer o estimar las SNR's para fijar el umbral. A pesar de ello, la combinación Soft Fusion logra un mejor rendimiento, en cuanto a  $P_D$  y  $P_{FA}$ , que la de tipo Hard Fusion. Este mejor rendimiento implica un mayor coste computacional en el FC y unos canales de control con más ocupación entre los sensores y el FC, respecto a los canales de control de la combinación "Hard Fusion". Esta mayor ocupación es debida a que los sensores tienen que mandar los valores de energía medidos.

## 2.4. Interpretación de resultados

Para representar las prestaciones de los detectores en el capítulo 4 se emplearán dos tipos de gráficas. El primer tipo representa las curvas ROC (Receiver Operating Characteristic) donde se representa la probabilidad de detección frente a la probabilidad de falsa alarma según varía el umbral de detección. Por otra parte, el segundo tipo de gráfica enfrentará los valores de SNR frente a los valores de probabilidad de detección para una  $P_{FA}^*$  dada.

### 2.4.1. Curvas ROC

En la figura 2.1 se puede ver un ejemplo donde se representa la estima de las curvas ROC de un detector cooperativo con dos sensores. En todas las gráficas se indicarán las SNR's para ambos sensores y el valor de M utilizado.

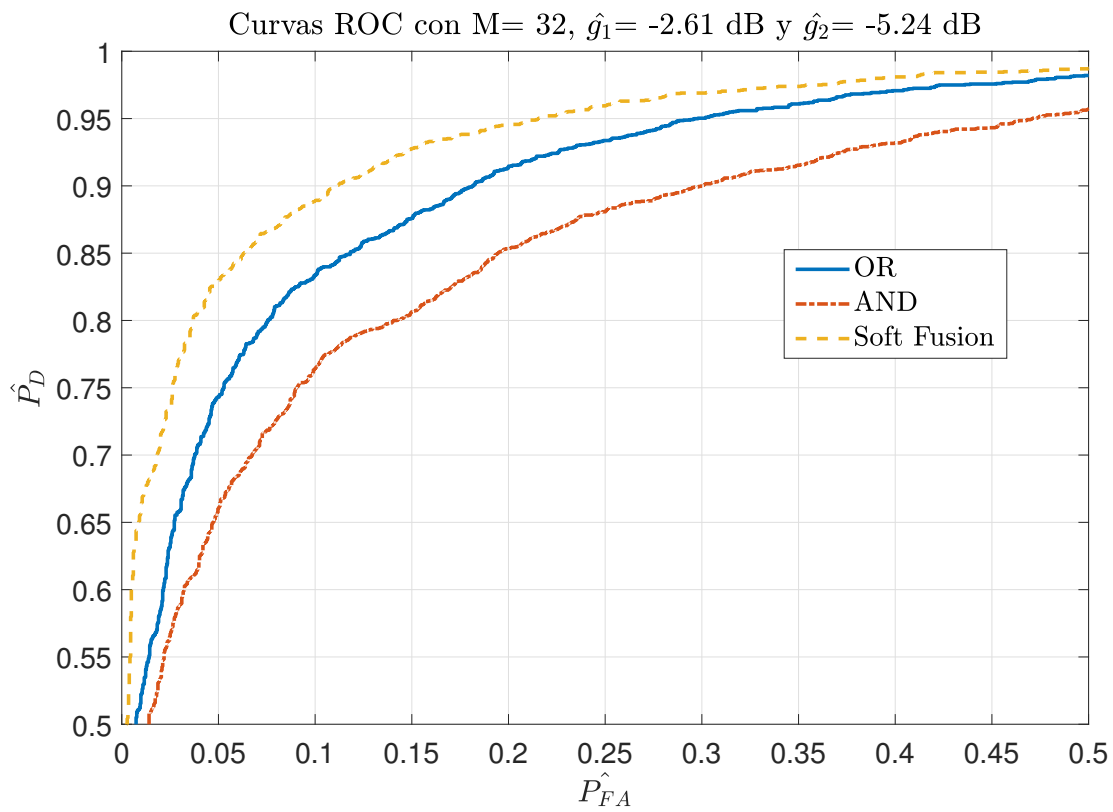
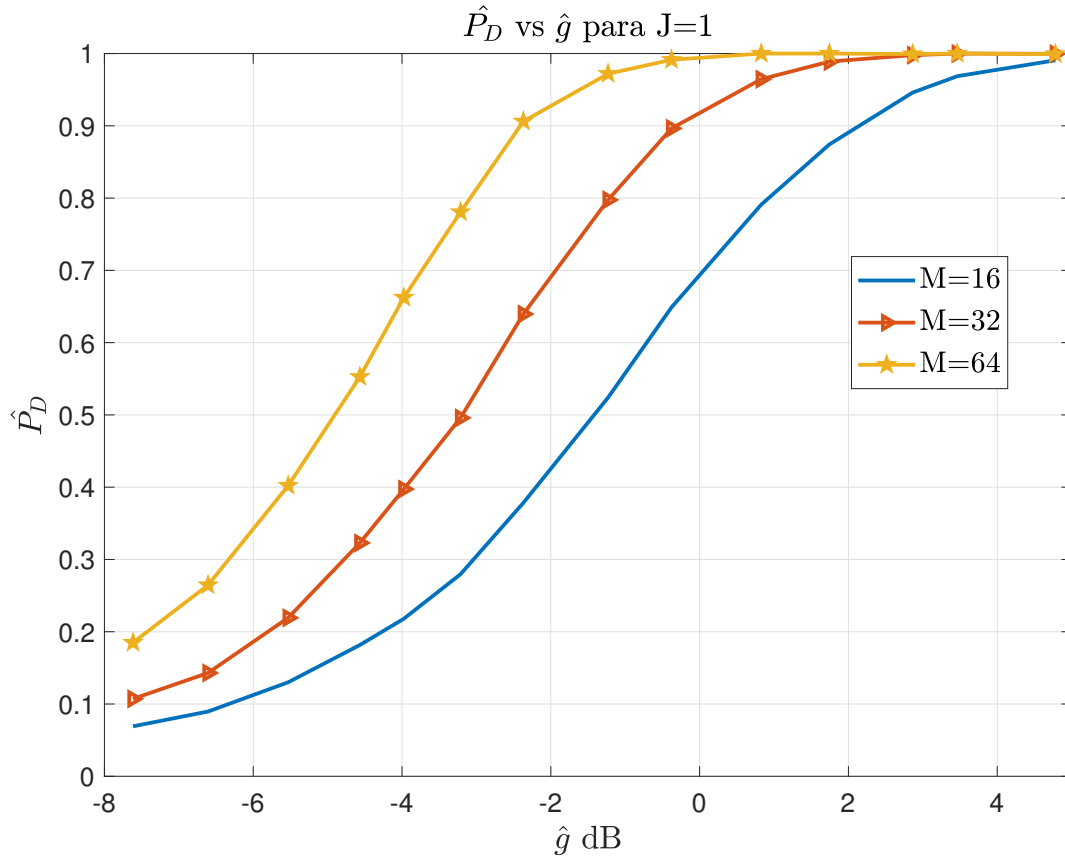


Figura 2.1. Ejemplo Curvas ROC para  $J=2$  sensores

## 2.4.2. Probabilidad de detección frente a la SNR

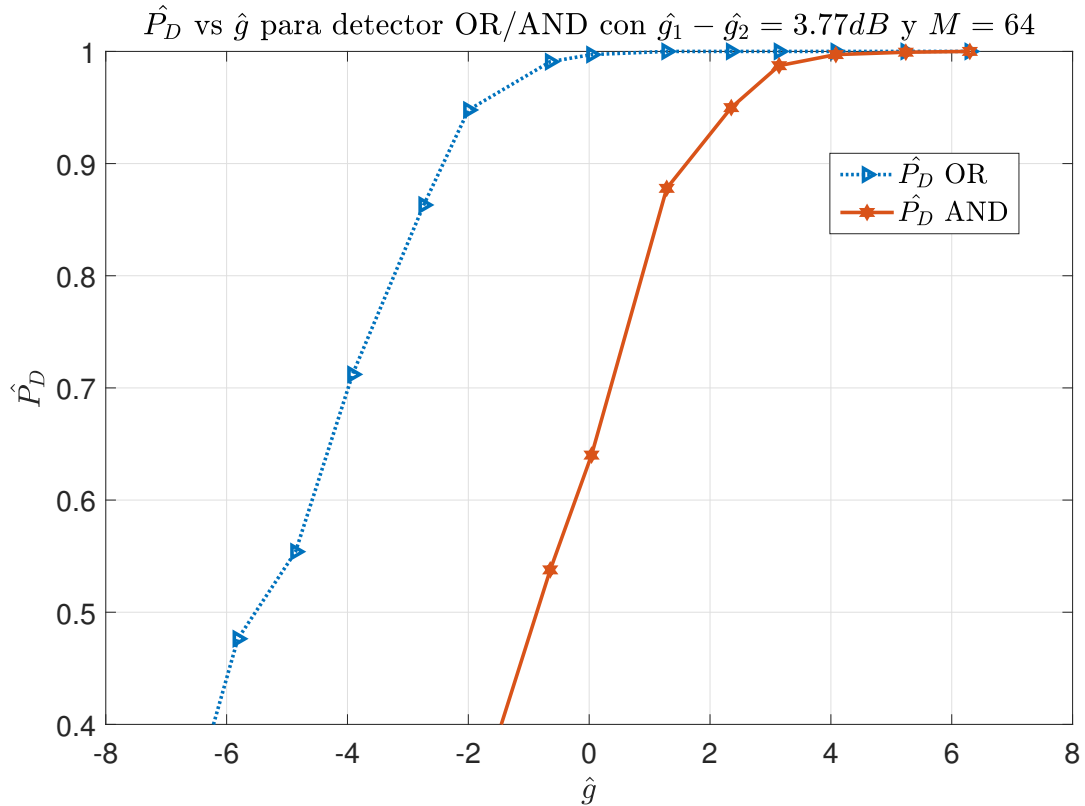


**Figura 2.2.** Ejemplo de curvas de probabilidad de detección vs SNR (para varios valores de M con  $J=1$ )

A modo de ejemplo, la figura 2.2 muestra la gráfica donde se representa la probabilidad de detección frente a la SNR con un sensor CR. Las curvas se corresponden a diferentes valores de M.

En la figura 2.3 se representa el mismo tipo de gráfica pero esta vez para  $J = 2$  sensores. Los ejes son los mismos que en la figura anterior pero en este caso la SNR representada en el eje horizontal es la del sensor con SNR mayor.

En el título superior de las figuras que representen los resultados de  $J = 2$  sensores tendremos la relación  $g_1 - g_2$ , que representa la diferencia, en decibelios( $dB$ ), de la SNR de los sensores. El resultado de  $g_1 - g_2$  es diferente en cada realización del experimento, incluso cuando se quiere simular unas mismas condiciones. Por lo tanto, el valor que se representa  $g_1 - g_2$  en las gráficas es la media de de los valores obtenidos en cada realización.



**Figura 2.3.** Ejemplo de curvas de probabilidad de detección vs SNR para  $J = 2$  sensores



# CAPÍTULO 3

## Estudio experimental

Este capítulo se dedicará a la explicación de los experimentos que se han llevado a cabo. Después de una introducción inicial, se detallará la configuración de las USRP's y las diferentes fases de los experimentos.

### 3.1. Preparación del experimento

Antes de entrar en detalle sobre las configuraciones o metodologías del experimento, es necesario comentar los materiales, programas y herramientas que se han utilizado.

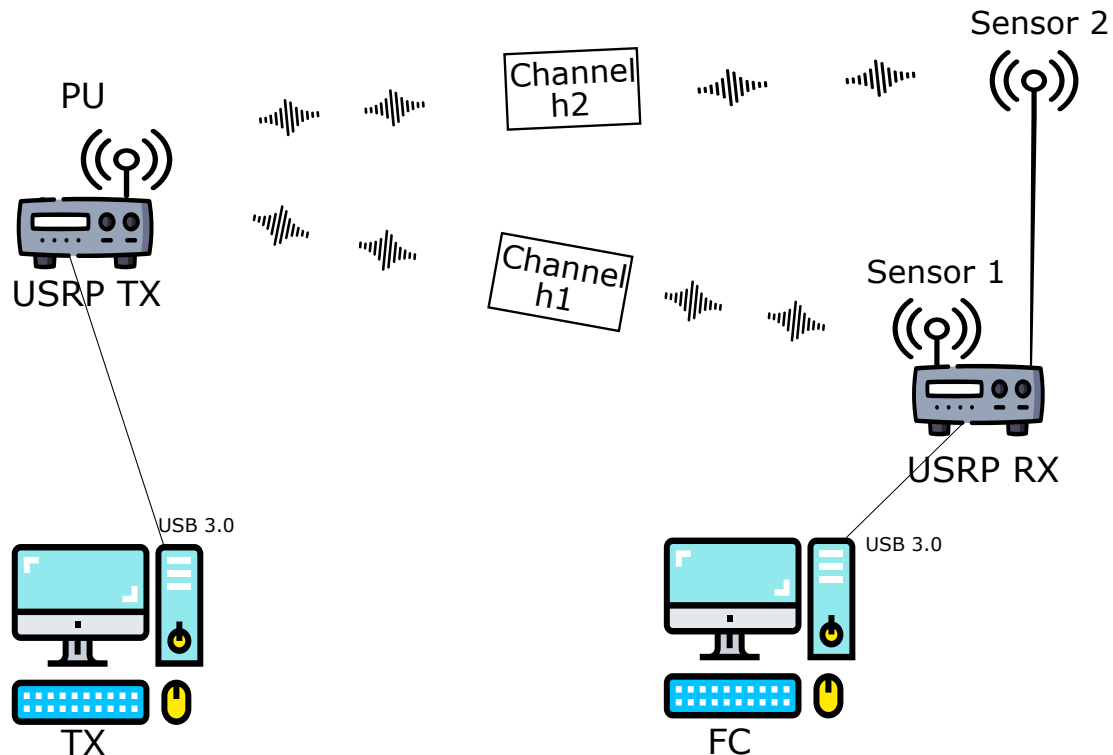


Figura 3.1. Diagrama del Setup utilizado

Respecto al hardware, se puede observar en la figura 3.1 el esquema del “setup” empleado en los experimentos. Se ha utilizado un ordenador equipado con MatLab R2020b con el que se han configurado los diferentes parámetros de ambas USRP. En MatLab, se tienen dos instancias independientes, una para la USRP transmisora (PU) y otra para la receptora (FC). Esta última instancia es la encargada de recibir la información de los sensores y determinar si el canal está libre u ocupado.

Respecto a las USRP, se han utilizado dos unidades del modelo B210 del fabricante Ettus, una para transmisión y otra para recepción. Este tipo de USRP permite varios tipos de configuraciones de uno o dos canales tanto en transmisión como en recepción. Se detallará en el siguiente apartado 3.2.

A no ser que se indique lo contrario, en los experimentos se han considerado las siguientes condiciones:

- Los experimentos se han realizado con visión directa entre transmisor y sensores.
- Se asume que los canales de control son libre de errores.
- La actividad del PU ( $s(n)$ ) se modela como una cadena homogénea de Markov con dos estados: inactivo ( $s = 0$ ) y activo ( $s = 1$ ). Este modelo se ha usado antes en la literatura técnica [16, 17].
- Para la caracterización del rendimiento del detector, es necesario que el FC conozca el conjunto de tramas transmitidas y el vector  $\mathbf{s}$ , siendo este el vector que contiene los valores  $s(n)$  que definen el estado del PU en cada momento.

Al inicio, se han realizado los experimentos utilizando un solo sensor y posteriormente se ha incluido un segundo sensor. También se estudiarán diferentes casos variando la diferencia de SNR entre los sensores. Esto se conseguirá cambiando la distancia entre el PU y ellos. Para alejar los sensores entre sí, se ha utilizado un cable con conectores SMA (“SubMiniature version A”) de 3 metros de longitud.

## 3.2. Secuencia de tramas y configuración de las USRP

En esta sección se explica cómo son el tipo de tramas transmitidas y los parámetros configurados en las USRP para llevar a cabo los experimentos.

### 3.2.1. Generación de la secuencia de tramas

Utilizando el software MatLab del ordenador TX (3.1), se ha generado un conjunto de tramas aleatorias OFDM (“Orthogonal Frequency Division Multiplexing”) con 6481 muestras por trama. Las muestras de las tramas OFDM se interpolan por un factor 2 antes de transmitir las para evitar aliasing [18] por lo que, finalmente, se tienen 12962 muestras por trama.

El número de tramas generadas viene dado por el tamaño del vector  $\mathbf{s}$ . En este caso, aunque el vector  $\mathbf{s}$  se genere según un proceso de Markov, vamos a emplear durante los experimentos el siguiente vector  $\mathbf{s}$  determinista con el objetivo de que se tenga siempre el mismo patrón de actividad de PU en todas las realizaciones y mantener la coherencia en la explicación,

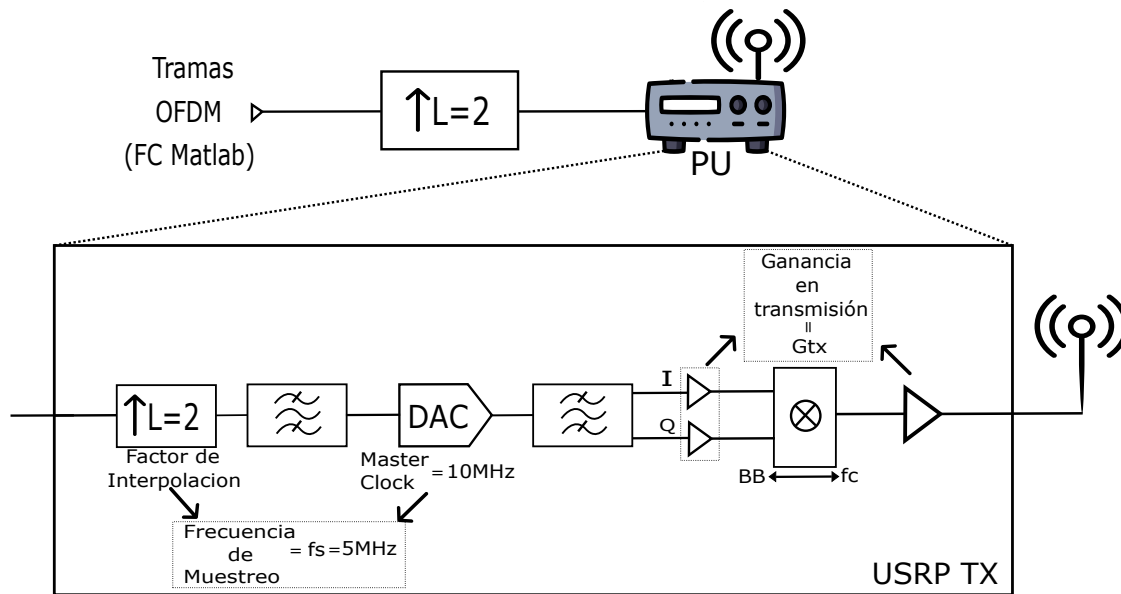
$$\mathbf{s} = [1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0].$$

Como el tamaño del vector  $s$  es 14, se generan 14 tramas, por lo que nuestro conjunto de tramas(CT) estará formado por un total de 181468 muestras.

La transmisión de la trama se realiza en función del valor  $s(n)$ , es decir, si  $s(n) = 1$  se transmiten las muestras correspondientes a la trama  $n$ , y si es 0 no se transmite. Una vez generado el conjunto de tramas en el ordenador TX, se envía a la USRP TX (3.1) para ser transmitido.

### 3.2.2. Transmisión

Para tener una idea visual del proceso, se muestra el diagrama de transmisión en la figura 3.2.



**Figura 3.2.** Esquema de la transmisión

El modelo de USRP permite la transmisión y recepción a una frecuencia máxima de 6 GHz. Para realizar el experimento se necesita una banda de frecuencia libre de transmisiones. En el laboratorio donde se ha realizado el experimento, se ha encontrado una banda libre en la frecuencia de 5,9 GHz. Se ha configurado el transmisor para que transmita el CT repetidamente.

Para variar la SNR en los sensores, el parámetro que se modificará en este experimento, es la ganancia en transmisión ( $G_{TX}$  en 3.2). Como se muestra en la figura 3.2, la USRP tiene tres amplificadores, dos previos al mezclador y uno previo a la antena. Cuando se configura  $G_{TX}$ , la USRP configura automáticamente la ganancia de cada uno de los 3 amplificadores para obtener el valor total indicado.

La USRP transmite muestras a la velocidad marcada por la frecuencia de muestreo

$$f_s = \frac{TasaRelojMaestro}{FactorInterpolacionUSRP}.$$

Se ha tratado de aplicar una  $f_s$  de 20MHz para cumplir el estándar IEEE 802.11ag. El tiempo necesario para transmitir las 181468 muestras del CT es

$$t_{tx} = \frac{\text{Muestras conjunto tramas}}{f_s} = \frac{181468}{20^6} = 9.07ms,$$

por lo que el ordenador(TX en 3.1) tiene que ser capaz de enviar 181468 muestras a la USRP (PU en 3.1) en un tiempo menor que  $t_{tx}$  para garantizar una transmisión continua. Debido a las limitaciones del hardware disponible, esto no ha sido posible. Se han realizado pruebas de transmisión continua y, comprobando la señal recibida, se observan momentos de silencio en la transmisión debido a que el equipo empleado como transmisor no es capaz de enviar las 181468 muestras en un tiempo menor que  $t_{tx}$  a la USRP TX.

En este proyecto, como solo interesa implementar un detector de energía, no es imprescindible transmitir tramas 802.11ag cumpliendo el estándar de manera estricta. Por ello, para garantizar una transmisión continua, se han configurado los valores de *TasaRelojMaestro* y *FactorInterpolacionUSRP* a 10 MHz y 2, respectivamente por lo que  $f_s = 5MHz$ . De esta manera  $t_{tx} = 36.28ms$ , tiempo suficiente para que el ordenador pueda enviar las 181468 muestras a la USRP TX.

### 3.2.3. Recepción

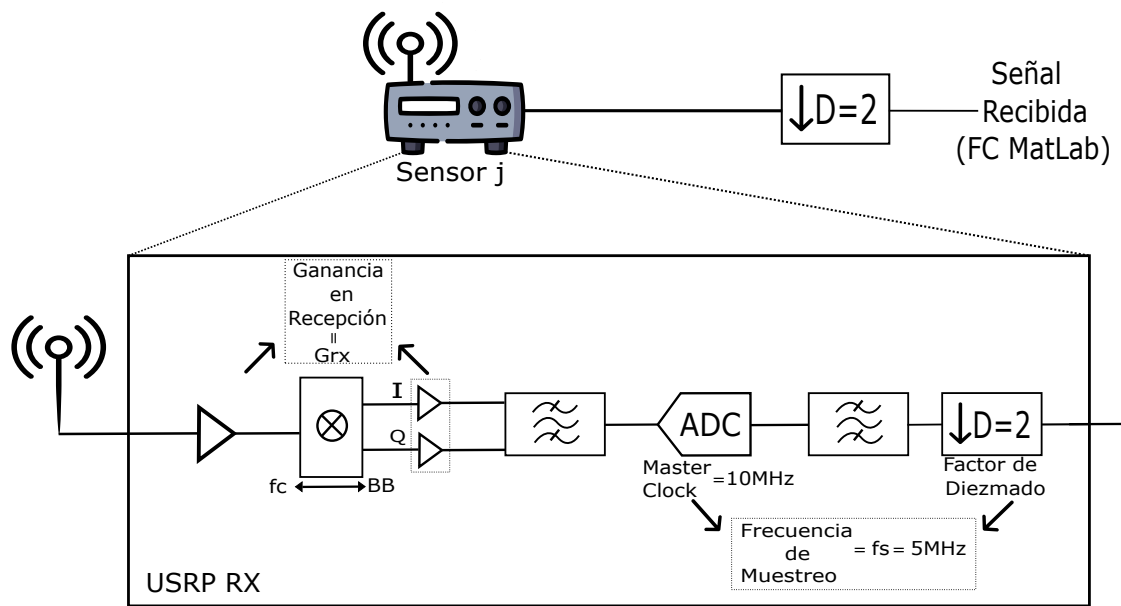


Figura 3.3. Esquema de la recepción

En la figura 3.3 se muestra el diagrama del receptor. La frecuencia central en la que los sensores reciben es la misma que la de transmisión, 5,9 GHz. En la USRP RX es interesante que la ganancia en recepción ( $G_{RX}$ ) sea máxima para poder detectar señales débiles. En este caso, el modelo USRP B210 tiene el límite de  $G_{RX}$  en 76 dB. La frecuencia de muestreo se ha configurado al igual que en el caso del transmisor ( $f_s = 5MHz$ ) dividiendo la tasa del reloj maestro(10 MHz) entre el factor de diezmado(valor 2).

Como el PU transmite el CT repetidamente, para garantizar una adquisición completa del CT, se ha configurado la USRP RX para que adquiriera una señal del mismo tamaño que CT. Una vez adquirida, se diezma por un factor 2 para revertir la interpolación realizada en el transmisor

y obtener la señal original. Al realizar el diezmado el tamaño de la señal recibida es de 90732 muestras.

Cabe destacar la configuración de las USRP tanto en transmisión como en recepción se ha realizado instalando el paquete “Communications Toolbox Support Package for USRP Radio” proporcionado por el equipo de MatLab<sup>1</sup>.

### 3.3. Metodología y Caracterización del detector

Una vez configuradas las USRP, la señal adquirida atraviesa una serie de fases con las que, finalmente, se obtiene el rendimiento del detector.

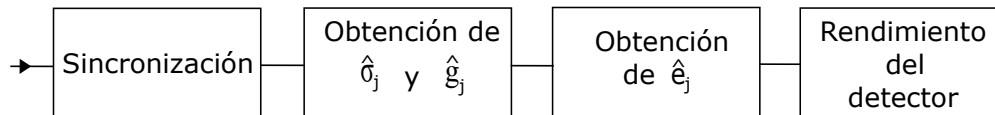


Figura 3.4. Diagrama de las funciones

#### 3.3.1. Sincronización de trama

La intención inicial era realizar una transmisión y recepción simultánea empleando una sola instancia de MatLab. Esto resultó imposible ya que una sola instancia de MatLab no puede ocupar el driver USB para la transmisión y recepción simultáneamente. Por este motivo se ha dividido la transmisión y recepción en dos instancias diferentes. Esto a permitido transmitir y recibir a la vez pero, para caracterizar el detector, es necesario sincronizar la señal recibida con la transmitida.

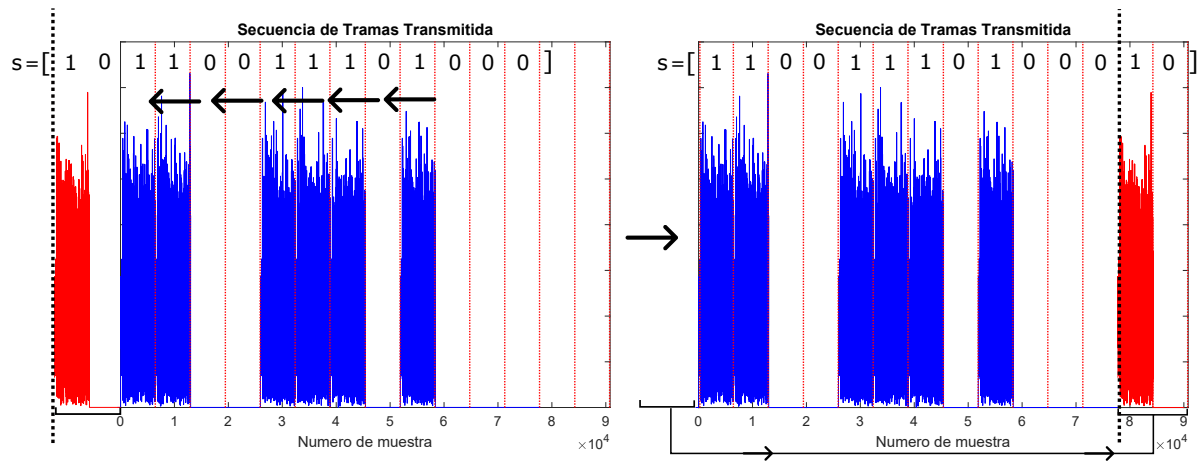
En figura 3.6 se plantea el problema de la sincronización. Una vez adquirida la señal, se observa como la señal recibida no esta sincronizada con la señal transmitida.

Para realizar la sincronización se aplica la convolución circular [19] de la señal recibida con el CT

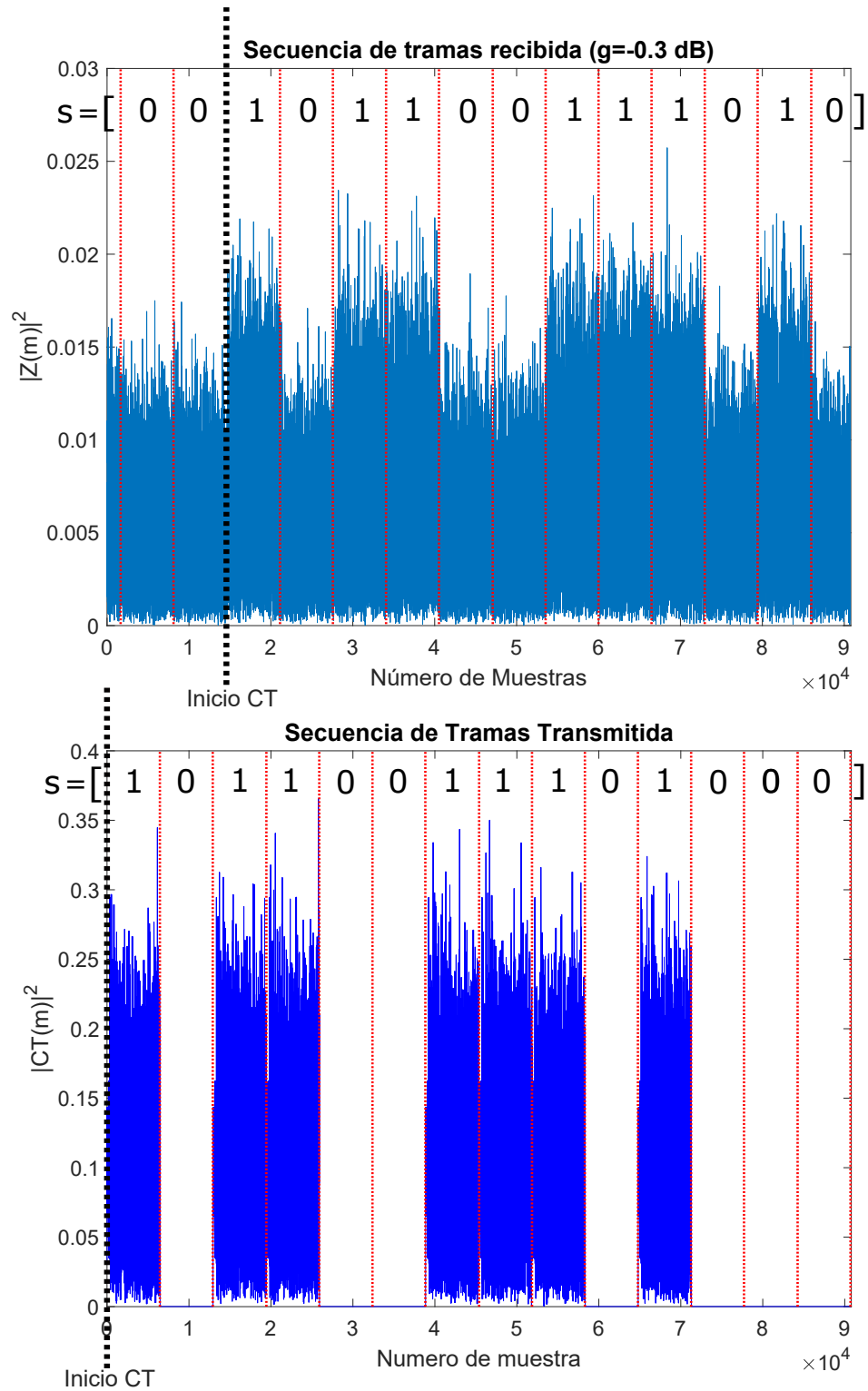
$$Rx_{conv}[n] = \sum_{m=0}^{N-1} Rx[m]CT[(n-m)_N], \quad (3.1)$$

donde N indica el tamaño del CT, en este caso 90732. En este tipo de operación, el vector CT se desplaza, de muestra en muestra, realizando en cada desplazamiento la operación de convolución con la señal recibida ( $Rx$  en (3.1)). El valor de convolución será máximo cuando ambas señales, desde el inicio del CT, estén superpuestas. El calificativo circular se emplea porque las muestras que quedan a la izquierda del desplazamiento no se descartan, sino que se colocan en la cola de la señal como se puede observar en la figura 3.5.

<sup>1</sup>“Communications Toolbox Support Package for USRP Radio”



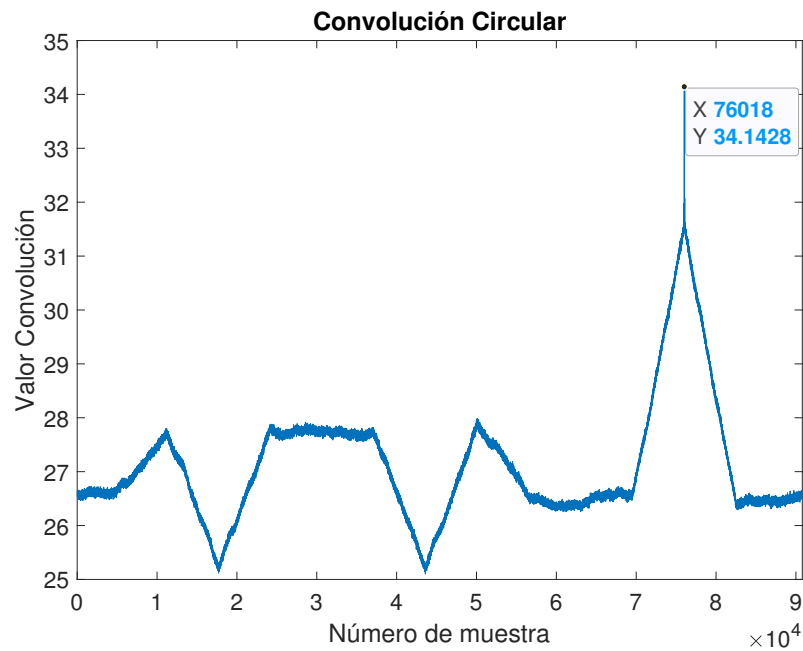
**Figura 3.5.** Desplazamiento de la señal original(CT) para realizar la convolución circular con la señal recibida



**Figura 3.6.** Planteamiento de la sincronización

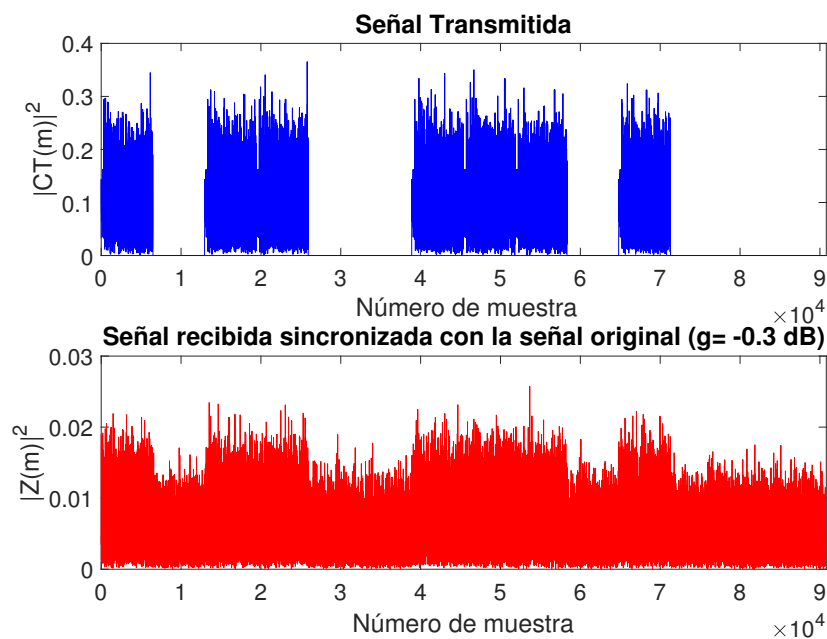
En la figura 3.6 se puede observar en la señal recibida las muestras en las que se ha recibido señal ( $s(n) = 1$ ) y las muestras en las que no se ha recibido señal ( $s(n) = 0$ ).

El resultado de la convolución circular es un vector del tamaño del CT. Como se observa en la figura 3.7, en este ejemplo, se obtiene el valor máximo de la convolución después de desplazar la señal transmitida 76018 muestras.



**Figura 3.7.** Convolución circular de la señal recibida con la señal original

Por lo tanto, si se desplaza la señal recibida 76018 muestras hacia la derecha desde el inicio del CT, se tendrán las señales sincronizadas como se muestra en la figura 3.8.

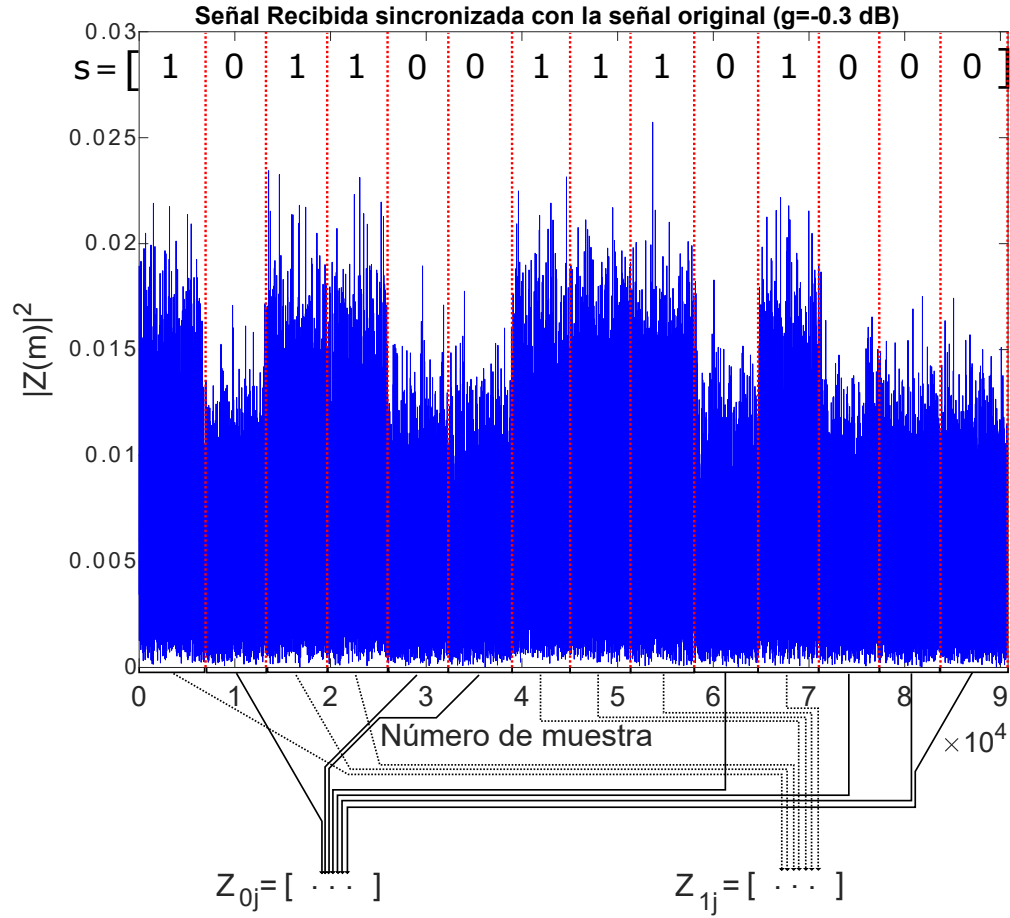


**Figura 3.8.** Señales recibida y original sincronizada



### 3.3.2. Estima de la potencia de ruido y las SNR's

Una vez sincronizadas las señales y conociendo el vector  $s$  y el tamaño de trama, resulta sencillo saber en que muestra se tiene una transmisión o no.



**Figura 3.9.** División de la señal sincronizada en los vectores  $\vec{Z}_{0j}$  y  $\vec{Z}_{1j}$

Como se muestra en la figura 3.9, la señal recibida se divide en dos vectores en función de las hipótesis.

$$H_0: \mathbf{Z}_{0j} = [z_{0j}(1) \dots z_{0j}(N_0)]^T,$$

$$H_1: \mathbf{Z}_{1j} = [z_{1j}(1) \dots z_{1j}(N_1)]^T.$$

El vector  $\mathbf{Z}_{0j}$  contiene las muestras adquiridas bajo  $\mathcal{H}_0$ , es decir, contiene todas las muestras de la señal recibida de las tramas correspondientes con el valor de  $s(n) = 0$ . Considerando (2.2), la varianza del vector  $\mathbf{Z}_{0j}$  es  $\sigma_j^2$  y se utilizará para normalizar las medidas de energía (2.3).

Por otra parte,  $\mathbf{Z}_{1_j}$ , es el vector con las muestras de la señal recibida bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_1$ . En este caso,  $\mathbf{Z}_{1_j}$  almacena las muestras de la señal recibida de las tramas correspondientes con el valor de  $s(n) = 1$ . Considerando (2.2), su varianza es  $\sigma_{1_j}^2 = \sigma_j^2 + P|h_j|^2$ , y la SNR es

$$g_j = \frac{P|h_j|^2}{\sigma_j^2}, \quad (3.2)$$

donde  $P|h_j|^2 = \sigma_{1_j}^2 - \sigma_j^2$ . Por lo tanto

$$g_j = \frac{\sigma_{1_j}^2 - \sigma_j^2}{\sigma_j^2}. \quad (3.3)$$

Las estimas  $\hat{\sigma}_j^2$  y  $\hat{\sigma}_{1_j}^2$  son estimas muestrales de  $\sigma_j^2$  y  $\sigma_{1_j}^2$  obtenidas a partir de las muestras en  $\mathbf{Z}_{0_j}$  y  $\mathbf{Z}_{1_j}$ , respectivamente. A partir de estas estimas, de acuerdo a (3.3) podemos estimar la SNR así

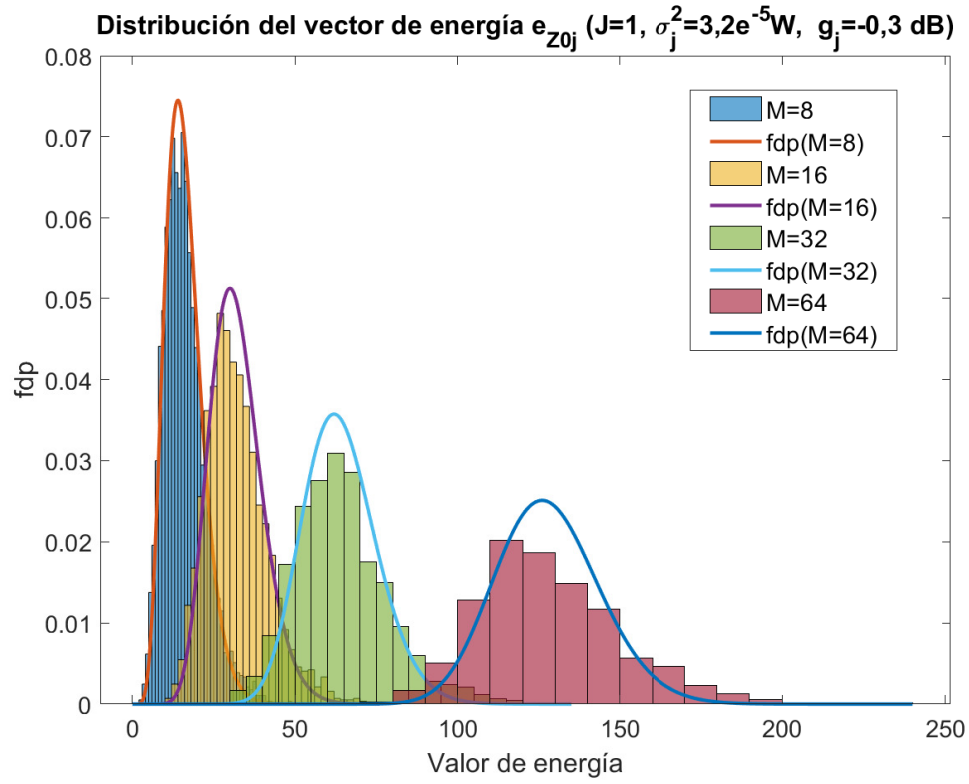
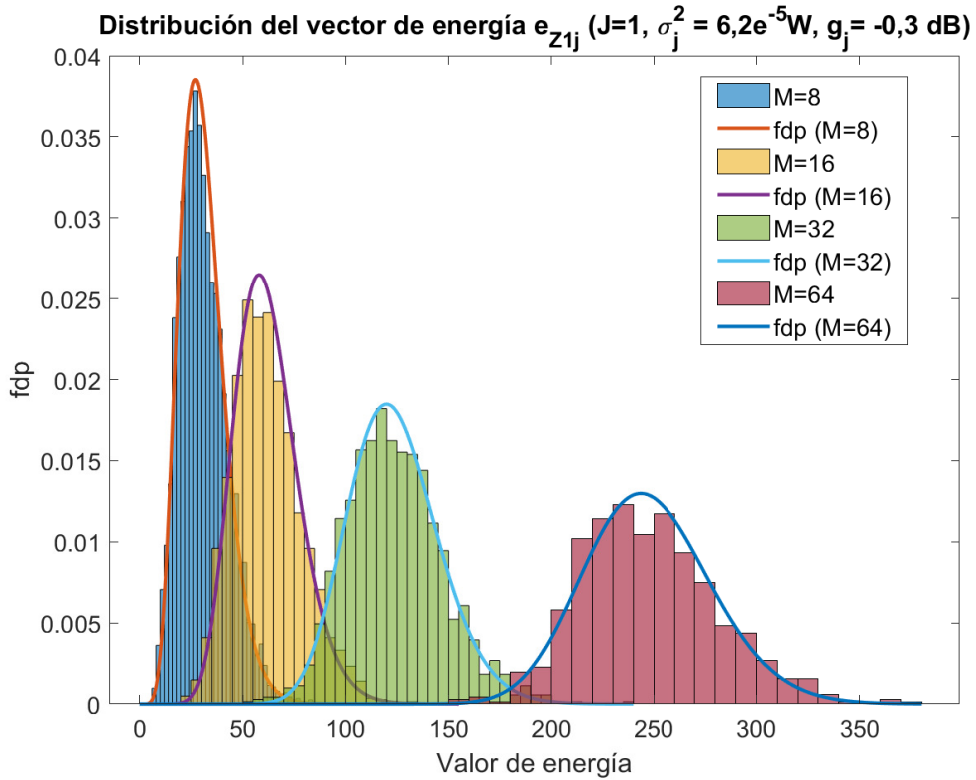
$$\hat{g}_j = \frac{\hat{\sigma}_{1_j}^2 - \hat{\sigma}_j^2}{\hat{\sigma}_j^2}. \quad (3.4)$$

### 3.3.3. Medida de las energías

Las muestras de los vectores  $\mathbf{Z}_{0_j}$  y  $\mathbf{Z}_{1_j}$  se agrupan en conjuntos de  $M$  muestras. Se estima la energía de cada conjunto según la expresión (2.3). Para normalizar la energía de la expresión (2.3), como no conocemos la varianza de ruido, se ha utilizado la estima  $\hat{\sigma}_j^2$ . Por ejemplo, si  $M = 32$  y el tamaño del vector  $\mathbf{Z}_{0_j}$  es de 45367 muestras, se tendrá un total de 1417 valores de energía medidos bajo  $\mathcal{H}_0$ .

Por lo tanto, se pueden denotar  $\mathbf{e}_{Z_{0_j}}$  y  $\mathbf{e}_{Z_{1_j}}$  como los vectores, del sensor  $j$ , con los valores de energía estimados para los vectores  $\mathbf{Z}_{0_j}$  y  $\mathbf{Z}_{1_j}$ , respectivamente.

Para justificar experimentalmente las suposiciones de la sección 2.1.4, se representan en las figuras 3.10 y 3.11 los histogramas de los vectores  $\mathbf{e}_{Z_{0_j}}$  y  $\mathbf{e}_{Z_{1_j}}$  junto con las fdp's de  $e_j|_{H_0}$  y  $e_j|_{H_1}$  en línea continua (2.5).

Figura 3.10. Distribución del vector de energía bajo  $\mathcal{H}_0$ Figura 3.11. Distribución del vector de energía bajo  $\mathcal{H}_1$

### 3.3.4. Rendimiento del detector

#### Para un sensor

En el caso que solo se tenga un sensor, el umbral( $\gamma$ ) se calcula con la expresión (2.12) para una probabilidad de falsa alarma prefijada. A continuación, aplicando el test (2.11) con el umbral calculado y los vectores de energía  $\mathbf{e}_{Z0}$  y  $\mathbf{e}_{Z1}$ , se obtienen los vectores  $\mathbf{s}_{e_{Z0}}$  y  $\mathbf{s}_{e_{Z1}}$ , respectivamente. Estos son los vectores binarios que almacenan 0 o 1 si los valores de energía de los vectores  $\mathbf{e}_{Z0}$  y  $\mathbf{e}_{Z1}$  han superado el umbral o no.

Bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_0$ , se obtiene el vector  $\mathbf{s}_{e_{Z0}}$ . En el caso ideal, los valores del vector  $\mathbf{s}_{e_{Z0}}$  deberían ser 0 ya que, como no hay transmisión, los valores de  $\mathbf{e}_{Z0}$  son menores que  $\gamma$ . En este caso, la estima de la probabilidad de falsa alarma es

$$\hat{P}_{FA} = \frac{1}{K_0} \sum_{k=1}^{K_0} \mathbf{s}_{e_{Z0}}(k), \quad (3.5)$$

siendo  $K_0$  el tamaño del vector  $\mathbf{s}_{e_{Z0}}$ .

El valor estimado de  $\hat{P}_{FA}$  debería aproximarse al valor de probabilidad de falsa alarma prefijado ( $P_{FA}^*$ ) para calcular  $\gamma$ .

Bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_1$ , se obtiene el vector  $\mathbf{s}_{e_{Z1}}$ . Suponiendo que estamos en el caso que se ha adquirido las muestras cuando la señal se ha estado transmitiendo, todos los valores del vector  $\mathbf{e}_{Z1}$  deberían ser mayores que  $\gamma$ . Por lo tanto, los valores del vector  $\mathbf{s}_{e_{Z0}}$  deben ser 1. La estima de la probabilidad de detección es

$$\hat{P}_D = \frac{1}{K_1} \sum_{k=1}^{K_1} \mathbf{s}_{e_{Z1}}(k), \quad (3.6)$$

siendo  $K_1$  el tamaño del vector  $\mathbf{s}_{e_{Z1}}$ .

#### Para dos sensores

En este caso se ha usado un detector cooperativo con dos sensores con el que podemos aplicar la combinación Hard o Soft.

En el caso **Hard Fusion** se sigue el mismo proceso para cada sensor  $j$  que en el caso  $J = 1$  ya que cada sensor tiene que tomar su propia decisión. Como tenemos 2 sensores, obtendremos los vectores  $\mathbf{s}_{e_{Z0_1}}$  y  $\mathbf{s}_{e_{Z1_1}}$  para el sensor 1 y  $\mathbf{s}_{e_{Z0_2}}$  y  $\mathbf{s}_{e_{Z1_2}}$  para el sensor 2. Estos vectores determinan las decisiones que ha tomado cada sensor bajo ambas hipótesis, siendo por ejemplo  $\mathbf{s}_{e_{Z0_1}}$ , el vector de decisión binario bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_0$  del sensor 1.

Una vez se tienen los vectores con las decisiones de cada sensor y bajo ambas hipótesis se aplican las reglas OR y AND obteniendo los vectores

$$\mathbf{s}_{e_{Z0}}^{OR} = \mathbf{s}_{e_{Z0_1}} \text{ OR } \mathbf{s}_{e_{Z0_2}}, \quad (3.7)$$

$$\mathbf{s}_{e_{Z1}}^{OR} = \mathbf{s}_{e_{Z1_1}} \text{ OR } \mathbf{s}_{e_{Z1_2}}, \quad (3.8)$$

$$\mathbf{s}_{e_{Z0}}^{AND} = \mathbf{s}_{e_{Z0_1}} AND \mathbf{s}_{e_{Z0_2}}, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{s}_{e_{Z1}}^{AND} = \mathbf{s}_{e_{Z1_1}} AND \mathbf{s}_{e_{Z1_2}}. \quad (3.10)$$

Aplicando la expresión (3.6) a los vectores (3.8) y (3.10) se obtienen las siguientes probabilidades de detección para las reglas OR y AND

$$\hat{P}_D^{-OR} = \frac{1}{K_1} \sum_{k=1}^{K_1} \mathbf{s}_{e_{Z1}}^{OR}(k), \quad (3.11)$$

$$\hat{P}_D^{-AND} = \frac{1}{K_1} \sum_{k=1}^{K_1} \mathbf{s}_{e_{Z1}}^{AND}(k). \quad (3.12)$$

De forma análoga, aplicando (3.5) a los vectores (3.7) y (3.9), se obtienen las probabilidades de falsa alarma

$$\hat{P}_{FA}^{-OR} = \frac{1}{K_0} \sum_{k=1}^{K_0} \mathbf{s}_{e_{Z0}}^{OR}(k), \quad (3.13)$$

$$\hat{P}_{FA}^{-AND} = \frac{1}{K_0} \sum_{k=1}^{K_0} \mathbf{s}_{e_{Z0}}^{AND}(k). \quad (3.14)$$

En **Soft Fusion** el umbral  $\gamma$  se calcula a partir de la expresión (2.26). Aplicando el test propuesto en (2.20) con  $J = 2$ , se tiene la siguiente expresión

$$\hat{e}_1 \frac{\hat{g}_1}{1 + \hat{g}_1} + \hat{e}_2 \frac{\hat{g}_2}{1 + \hat{g}_2} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma, \quad (3.15)$$

donde  $\hat{e}_1$  y  $\hat{e}_2$  son los valores de las estimas de energía de los sensores 1 y 2.

Una vez se tengan ambas partes del test, se obtienen los vectores  $\mathbf{s}_{e_{Z0}}^{SF}$  y  $\mathbf{s}_{e_{Z1}}^{SF}$  con los que, de forma similar a (3.6) y (3.5), y en función de la hipótesis que se aplique obtenemos las estimas de  $P_{FA}^{SF}$  y  $P_D^{SF}$

$$\hat{P}_{FA}^{SF} = \frac{1}{K_0} \sum_{k=1}^{K_0} \mathbf{s}_{e_{Z0}}^{SF}(k), \quad (3.16)$$

siendo  $K_0$  el tamaño del vector  $\mathbf{s}_{e_{Z0}}^{SF}$  bajo  $\mathcal{H}_0$  y

$$\hat{P}_D^{SF} = \frac{1}{K_1} \sum_{k=1}^{K_1} \mathbf{s}_{e_{Z1}}^{SF}(k), \quad (3.17)$$

siendo  $K_1$  el tamaño del vector  $\mathbf{s}_{e_{Z1}}^{SF}$  bajo  $\mathcal{H}_1$ .

# CAPÍTULO 4

## Resultados del experimento

En este capítulo se representan algunos de los resultados obtenidos en los experimentos realizados. Se divide en dos partes correspondientes a detectores con uno o dos sensores. Los resultados se representan utilizando los tipos de gráficas mencionados en la sección 2.4. Por último, para el detector con dos sensores se analizan los resultados para tres casos diferentes en función de la diferencia de SNR entre los sensores.

### 4.1. Resultados para un solo sensor

#### Curvas ROC

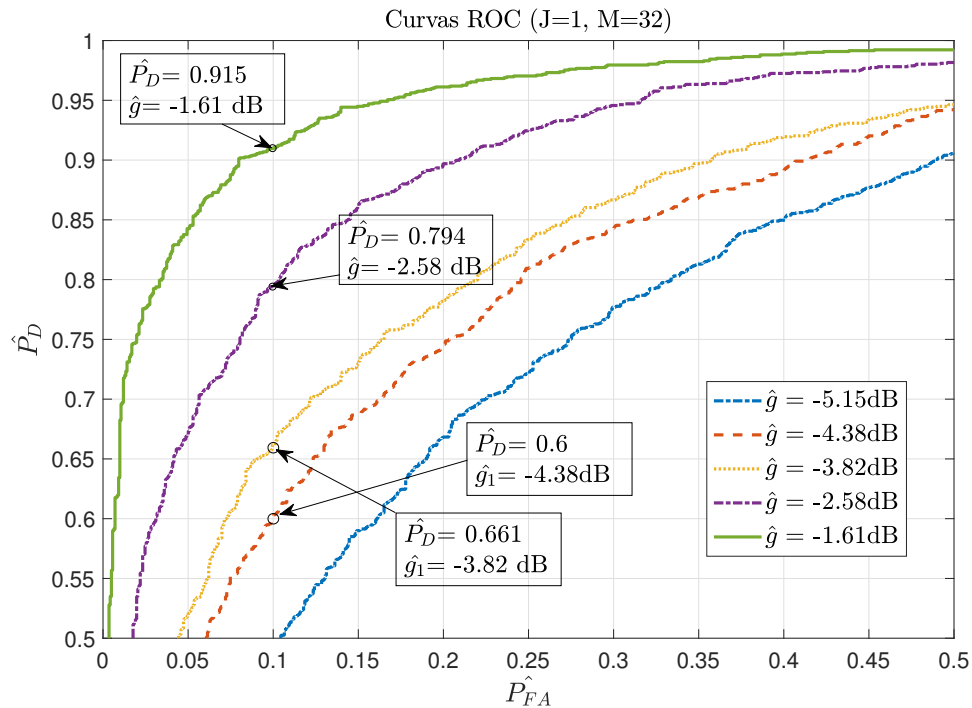
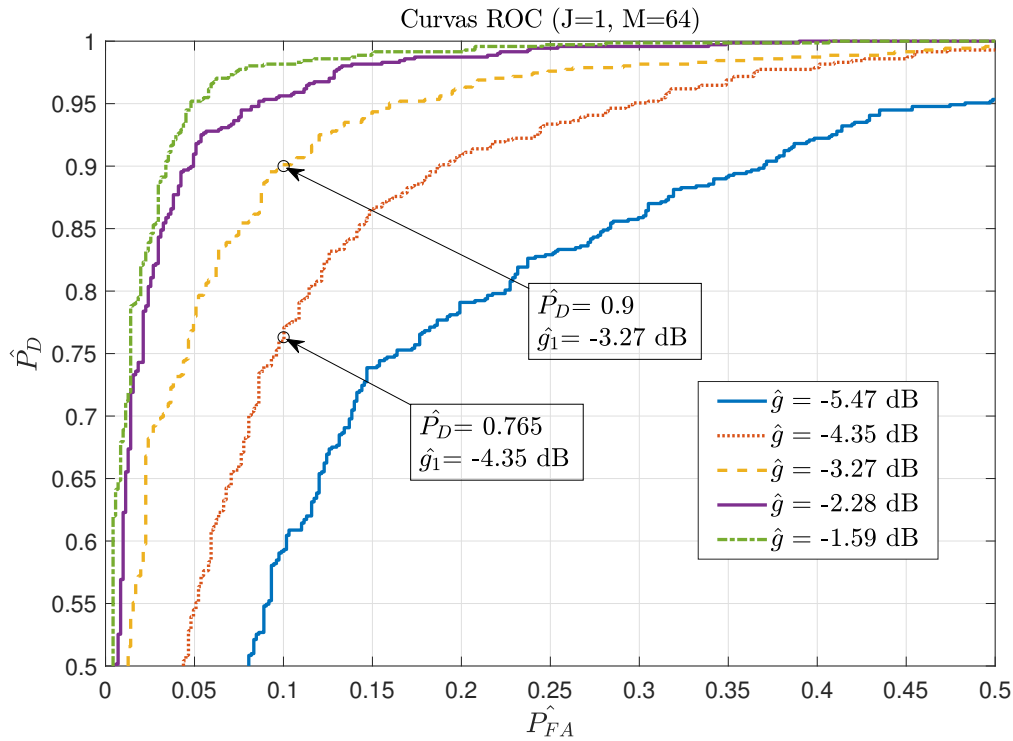


Figura 4.1. Curvas ROC para J=1 y M=32



**Figura 4.2.** Curvas ROC para  $J=1$  y  $M=64$

En las figuras 4.1 y 4.2 se representan las curvas ROC en el caso de un solo sensor ( $J = 1$ ) y para distintos valores de SNR. La diferencia entre las dos gráficas reside en el número de muestras  $M$  que se utilizan para estimar la energía, en el primer caso  $M = 32$  y en el segundo  $M = 64$ .

En ambas gráficas se observa como, a medida que se aumenta la SNR, aumenta la  $\hat{P}_D$  para una  $\hat{P}_{FA}$  dada. Por ejemplo en el caso de la figura 4.2 con  $M = 64$ , para  $\hat{P}_{FA} = 0.1$  y  $SNR = -4.35dB$  la  $\hat{P}_D = 0.765$  mientras que, para el mismo valor de  $\hat{P}_{FA}$ , con una  $SNR = -3.27dB$  la  $\hat{P}_D = 0.9$ . Cuanta más SNR se tenga, con más precisión se detecta el estado del canal.

El tamaño de  $M$  también importa, ya que si se aumenta el número de muestras  $M$  para estimar los valores de energía, la estima de energía es más precisa. Por ejemplo, observando las dos curvas con  $SNR = -4.38dB$  y  $SNR = -4.35dB$  de las figuras 4.1 y 4.2 respectivamente y, fijando  $\hat{P}_{FA} = 0.1$ , en el caso con  $M = 32$  tenemos una  $\hat{P}_D = 0.6$  y con  $M = 64$  tenemos  $\hat{P}_D = 0.765$ .

Aunque en los experimentos no puedo ocurrir porque se realizan en un entorno controlado, en una situación real al aumentar  $M$ , aumenta la probabilidad de que el estado del canal cambie mientras se adquieren las  $M$  muestras. Esto justifica el uso de valores de  $M$  relativamente pequeños. Esta situación no está contemplada en el modelo.

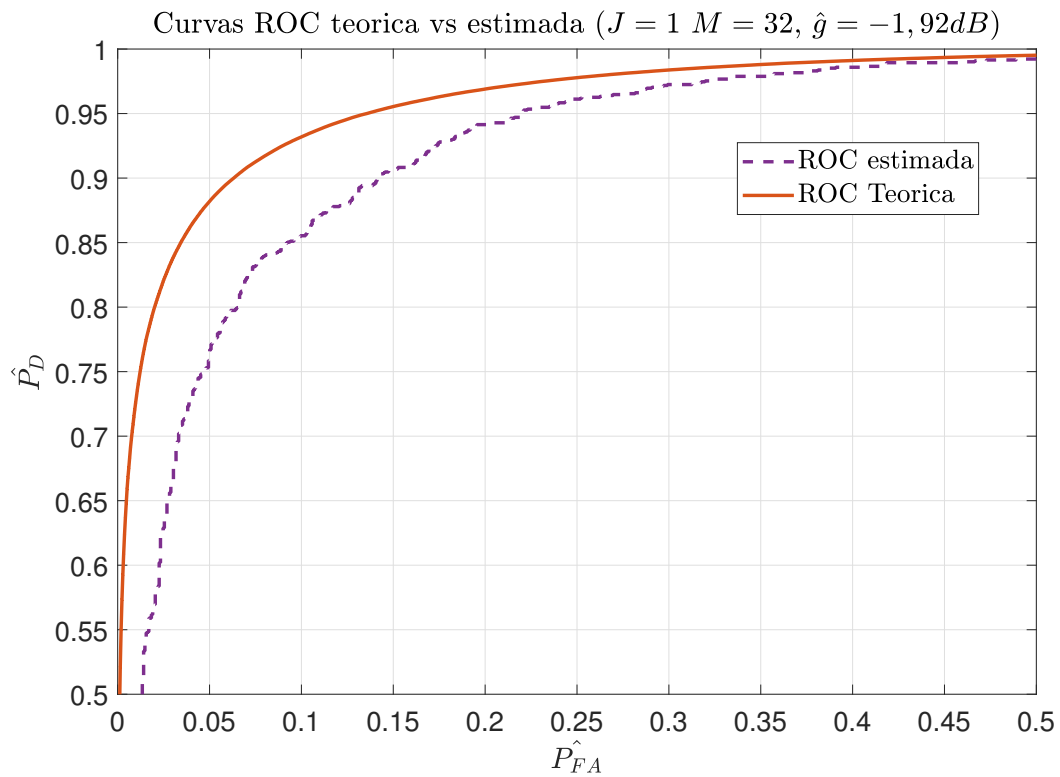


Figura 4.3. Curvas ROC teórica y estimada para  $J=1$ ,  $M=32$  y  $\hat{g} = -1.92dB$

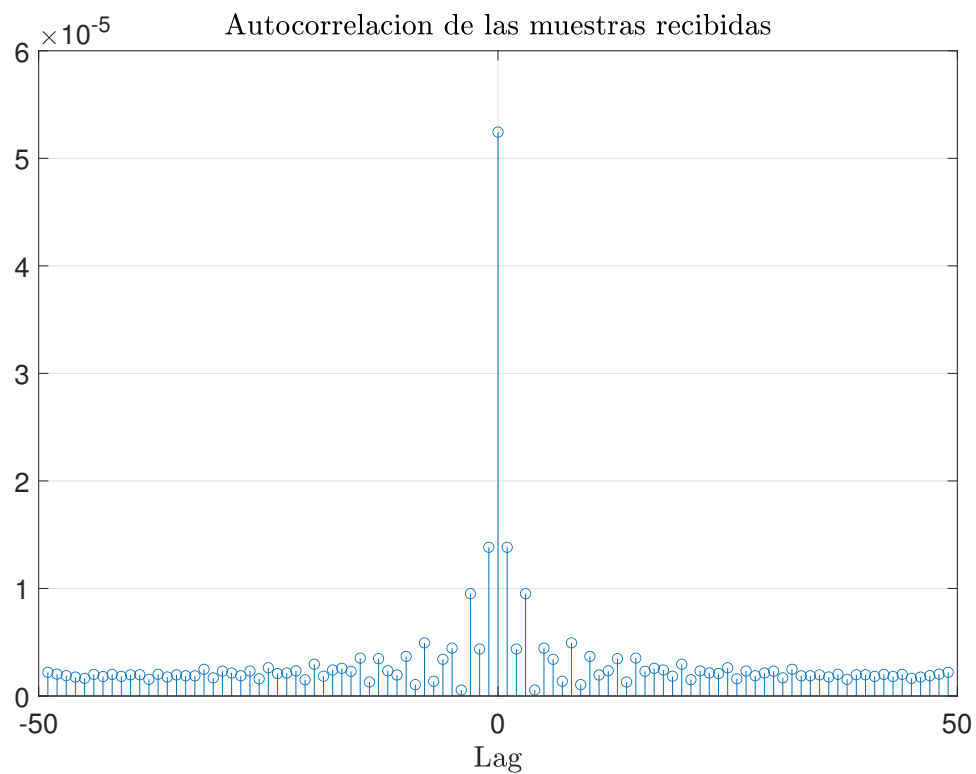


Figura 4.4. Autocorrelación de la señal recibida



En la figura 4.3 se compara la curva ROC estimada frente a su equivalente teórica para  $J = 1$ ,  $M = 32$  y  $\hat{g} = -1,92dB$ .

Se puede observar una diferencia entre ellas que se produce por las siguientes causas. En el capítulo 2 se supone que las muestras de la señal adquirida tienen una distribución Gaussiana. Sin embargo, las muestras adquiridas en los experimentos siguen una aproximación de la distribución Gaussiana. Por lo tanto, la distribución de los valores de energía calculados a partir de las muestras adquiridas no es exactamente una chi cuadrado sino una aproximación.

Además, también se supone que las muestras adquiridas son independientes entre sí. Sin embargo, en la figura 4.4 se muestra la autocorrelación de la señal adquirida, y como se puede observar, las muestras tienen una pequeña correlación. Esta correlación provoca que la distribución de la energía difiera ligeramente de ser chi cuadrado reforzando el argumento anterior de que se trata de una aproximación de una chi cuadrado.

Por último, en las figuras 3.10 y 3.11 del capítulo 3 se compara la distribución del vector con los valores experimentales de energías con su distribución teórica. Se puede observar como la distribución de los valores de energía experimentales es una aproximación de la distribución chi cuadrado.

Esta diferencia entre los resultados experimentales y teóricos aparecerá a lo largo del capítulo.

## Probabilidad de detección frente a la SNR

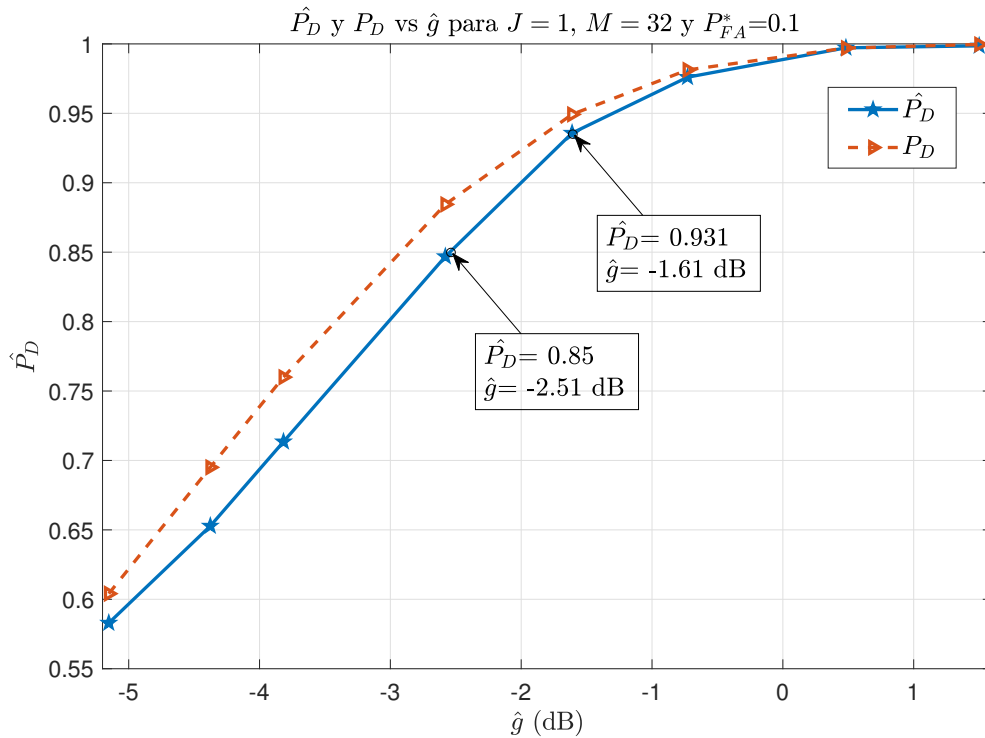
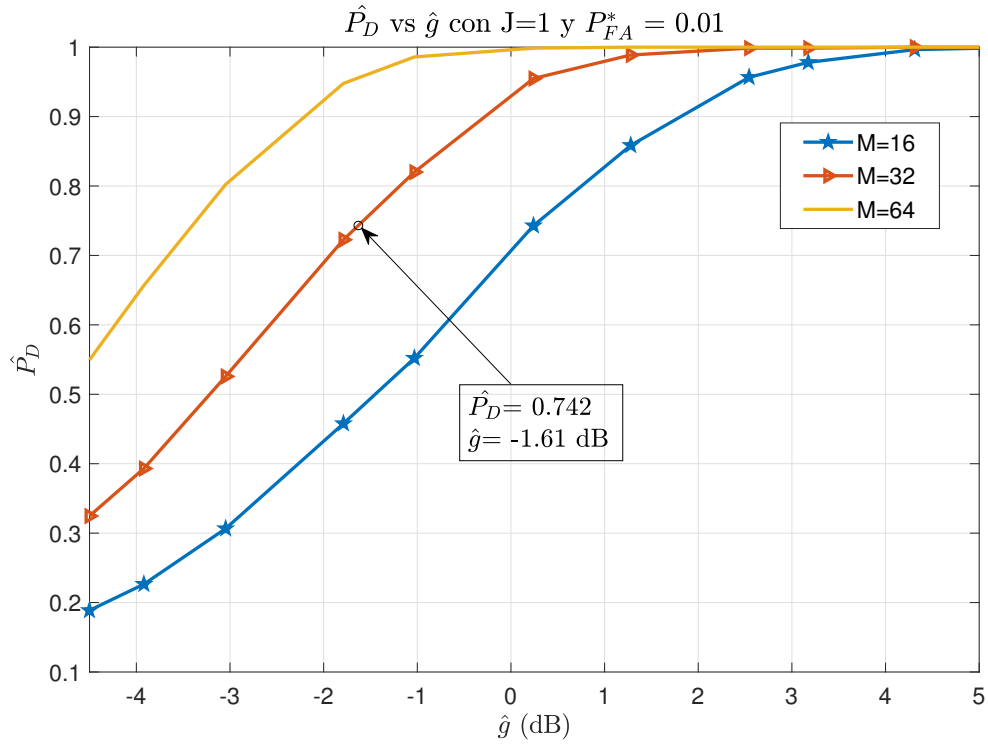


Figura 4.5. Probabilidades de detección estimada y teórica vs SNR para  $J=1$  y  $M=32$

En la figura 4.5 se representa la estima de la probabilidad de detección (3.6) para distintos valores de SNR. También se ha representado la probabilidad de detección calculada de manera teórica (2.2) pero teniendo en cuenta que, como no se sabe la  $g$  real, se ha empleado la estima ( $\hat{g}$ ) (3.3). El umbral se ha calculado con la expresión (2.12) con una  $P_{FA}^* = 0.1$ .

Relacionando esta figura 4.5 con la la figura 4.1, para unas mismas  $M$ ,  $\hat{g}$  y  $P_{FA}^*$  es de esperar que se tengan los mismos resultados de  $\hat{P}_D$ . En ambas figuras aparecen unos marcadores donde se pueden apreciar estos valores. En la figura 4.5 se tiene  $\hat{P}_D = 0.931$  y en la figura 4.1 la  $\hat{P}_D = 0.915$ , en ambas gráficas con  $M = 32$ ,  $\hat{g} = -1.61$  dB y  $P_{FA}^* = 0.1$ . Los valores se aproximan mucho, sin embargo no son exactamente iguales. Esta pequeña diferencia se debe a que la  $P_{FA}^*$  de los valores de energía experimentales no es exactamente 0.1 sino una aproximación. Es decir, para la figura 4.5 en el caso con  $M = 32$  y  $\hat{g} = -1.61$  dB, el valor para calcular el umbral ha sido  $P_{FA}^* = 0.1$ , sin embargo, la probabilidad de falsa alarma estimada del experimento es  $P_{FA}^* = 0.138$ . Para que los valores de  $\hat{P}_D$  coincidiesen exactamente se debería de comprobar en la curva ROC de la figura 4.1 en la gráfica con  $\hat{g} = -1.61$  dB el valor de  $\hat{P}_D$  para una  $P_{FA}^* = 0.138$ .

En cuanto al tamaño de  $M$ , se ha escogido  $M = 32$  para tener muestras suficientes para realizar una estima de la energía relativamente precisa. Con  $M = 16$  o  $M = 8$  se hubieran tenido unas curvas ROC más refinadas con más valores de energía, sin embargo la estima de la energía sería muy pobre. Este problema se refleja a lo largo del capítulo de resultados.



**Figura 4.6.** Probabilidad de detección estimada vs SNR para  $M=16, 32$  y  $64$

En la figura 4.6 se pueden comparar los diferentes valores de  $\hat{P}_D$  para diferentes valores de  $\hat{g}$  y de  $M$  con una  $P_{FA}^* = 0.01$ . Como se mencionó anteriormente, la  $\hat{P}_D$  aumenta si también lo hace  $M$ .

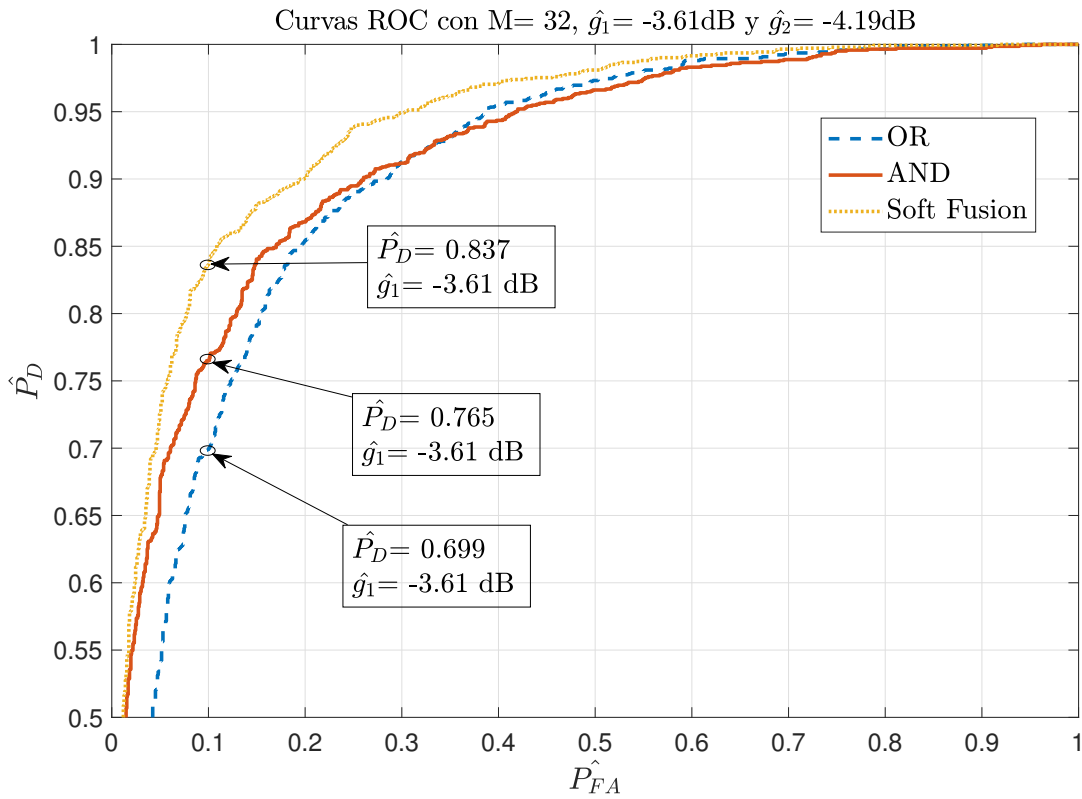
Comparando la figura 4.6 con la figura 4.5 se puede observar que para mismos valores de  $\hat{g} = -1,61\text{ dB}$  y  $M = 32$ , las probabilidades de detección estimadas son  $\hat{P}_D = 0.931$  con  $P_{FA}^* = 0.1$  y  $\hat{P}_D = 0.742$  con  $P_{FA}^* = 0.01$ , respectivamente. Tiene sentido ya que, según (2.12), el valor del umbral de detección  $\gamma$  disminuye si aumenta  $P_{FA}^*$  y viceversa. Por lo tanto, como en el caso de la figura 4.6 el valor de  $P_{FA}^*$  es menor que el de la figura 4.5,  $\gamma$  es mayor y por lo tanto, la  $\hat{P}_D$  es menor que en el caso con  $P_{FA}^* = 0.1$  bajo unas mismas condiciones de  $\hat{g}$ .

## 4.2. Resultados para dos sensores

Esta sección se divide en tres casos diferentes en función de la diferencia de SNR entre los sensores. En cada caso se muestran los dos tipos de gráficas mencionados en el capítulo 2. También se explica la relación que existe entre las gráficas mediante el uso de ejemplos.

**Caso  $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$**

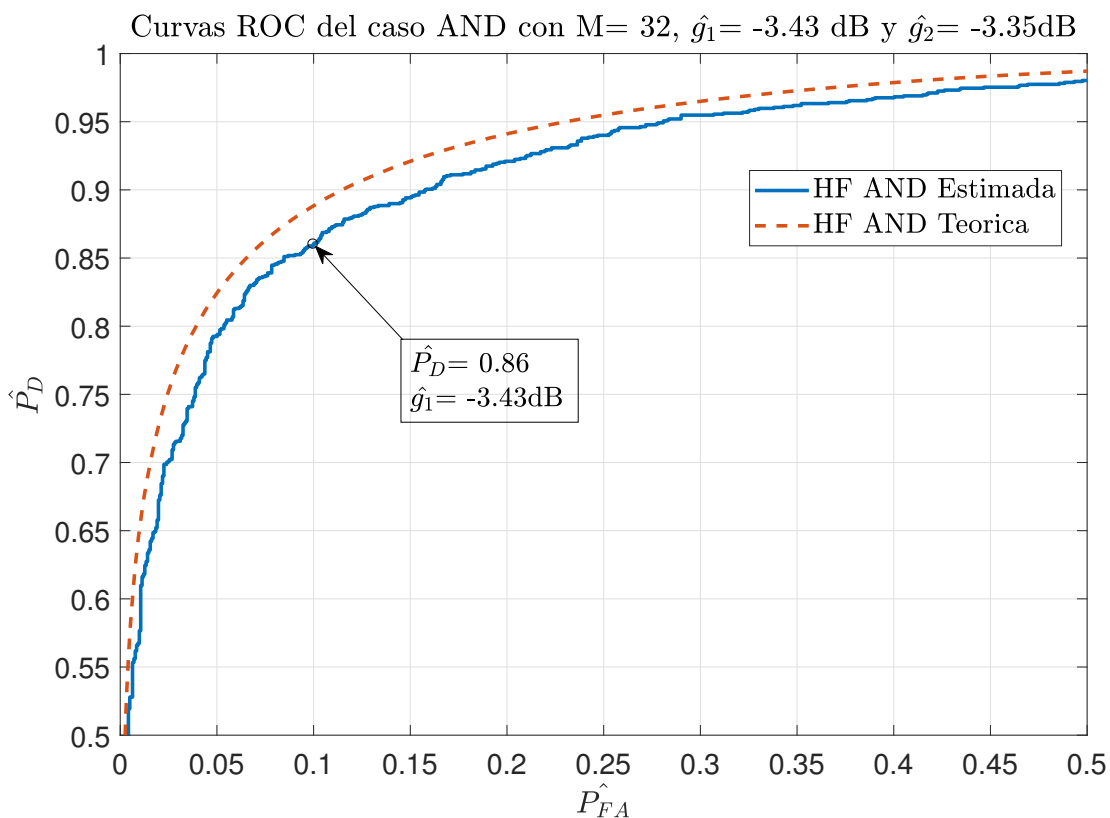
**Curvas ROC**



**Figura 4.7.** Curvas ROC para  $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$ ,  $J=2$  y  $M=32$

En la figura 4.7 se pueden observar las curvas ROC del detector cooperativo con  $M=32$ ,  $\hat{g}_1 = -3.61\text{dB}$  y  $\hat{g}_2 = -4.19\text{dB}$  usando las combinaciones Soft Fusion, y las OR y AND de Hard Fusion. La combinación Soft es la que mejores prestaciones tiene obteniendo la  $\hat{P}_D$  más alta durante todo el rango de valores de  $\hat{P}_{FA}$ . Respecto a las combinaciones OR y AND se puede observar como a partir de una  $\hat{P}_{FA} \approx 0.34$  las curvas comienzan a cruzarse. Esto quiere decir, que para  $\hat{P}_{FA} < 0.34$  la combinación AND tiene mejores prestaciones que la OR y para  $\hat{P}_{FA} > 0.34$  la combinación OR ofrece mejores resultados que la AND. En esta figura se ha representado el rango completo de  $\hat{P}_{FA}$  comprendiendo todos los valores entre 0 y 1 con el objetivo de ver claramente el cruce de las curvas de las combinaciones OR y AND. Sin embargo, en los experimentos de este proyecto no tienen sentido una  $\hat{P}_{FA} > 0.5$  por lo que en el resto de las figuras que representen curvas ROC el rango de  $\hat{P}_{FA}$  comprenderá los valores de 0 a 0.5.

Si se compara el rendimiento de dos sensores (figura 4.7) con el caso de un sensor (figura 4.1), concretamente en la gráfica con  $\hat{g} = -3,82dB$ , se puede observar como para SNR similares,  $M = 32$  y un valor de  $P_{FA}$  fijado se obtiene un rendimiento mayor usando dos sensores. Por ejemplo, para una  $P_{FA} = 0.1$  en el caso de un sensor se tiene una  $\hat{P}_D = 0.661$  mientras que en el caso de dos sensores, en la combinación de menor rendimiento para la misma  $P_{FA}$  y  $\hat{g}_1 = -3,61dB$  se obtiene una  $\hat{P}_D = 0.699$ . En el mejor caso, aplicando la combinación SF se obtiene una  $\hat{P}_D = 0.837$  para las mismas condiciones de  $\hat{g}, M$  y  $P_{FA}$  mencionadas anteriormente.



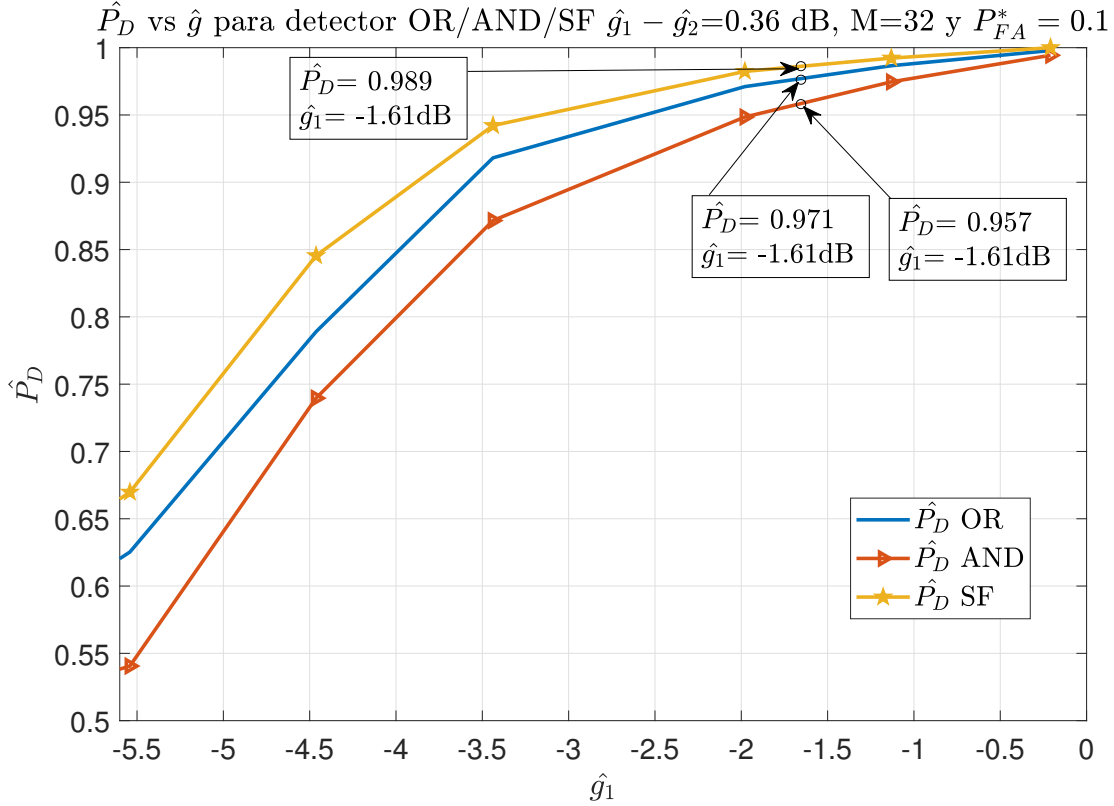
**Figura 4.8.** Curvas ROC para  $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$ ,  $J=2$  y  $M=32$  con HF-AND

En la figura 4.8 se representa la curva ROC para el caso de una combinación AND con  $M = 32$ ,  $\hat{g}_1 = -3.43dB$  y  $\hat{g}_2 = -3.35dB$ . En la gráfica se representa un marcador en  $P_{FA} = 0.1$  donde se tiene una  $\hat{P}_D = 0.86$ . Si se compara con el caso  $J = 1$  de la figura 4.1, en concreto con la curva referente a  $\hat{g} = -3.82dB$ , se observa como para una  $P_{FA} = 0.1$  la  $\hat{P}_D = 0.661$ . Por lo tanto se observa, bajo las mismas condiciones de  $M = 32$  y una SNR similar, el caso en el que se emplea un sensor tiene un rendimiento inferior que el caso donde se emplean dos sensores que tienen una relación  $\hat{g}_1 - \hat{g}_2 \approx 0$  utilizando la combinación HF-AND. La combinación HF-AND detecta el canal ocupado cuando ambos sensores lo detectan. Es decir, la decisión esta restringida al sensor que menor SNR tenga ya que es el que más dificultad tiene para detectar el canal ocupado. En este caso el sensor 1 tiene una  $\hat{g}_1 = -3.43dB$  mientras que en el caso del detector con un sensor se tiene  $\hat{g} = -3.82dB$ . Si la SNR fuera la misma el rendimiento se ambos sensores se asemejaría.

Además, se representa la curva teórica de la ROC para los mismos parámetros  $M$ ,  $\hat{g}_1$  y  $\hat{g}_2$ . Al igual que ocurre en la figura 4.3, existe una pequeña diferencia debida a que se esta representando la curva con valores experimentales basándose en aproximaciones de las suposiciones del

proyecto. Se explica porque ocurre esto en los comentarios de la figura 4.3.

### Probabilidad de detección frente a la SNR

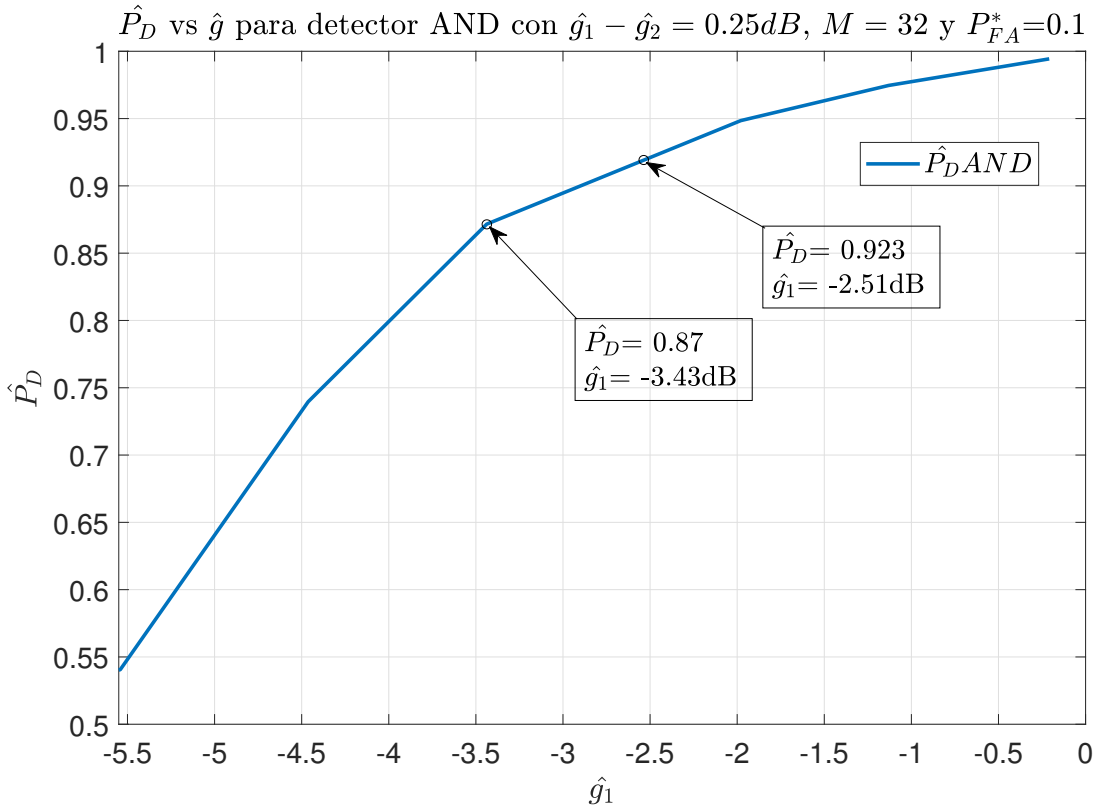


**Figura 4.9.** Probabilidad de detección estimada vs SNR para  $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$ ,  $M=32$  y  $J=2$

En la figura 4.9 se representan, para cada combinación, las curvas de probabilidad de detección estimada frente a la SNR para  $M = 32$ ,  $\hat{g}_1 - \hat{g}_2 = 0.36$  dB y  $P_{FA}^* = 0.1$ .

Si se compara la figura 4.9 con el caso de  $J = 1$  de la figura 4.5, ambas bajo las mismas condiciones de  $M = 32$ ,  $\hat{g} = -1.61$  dB y  $P_{FA}^*$ , se puede observar como aplicando las combinaciones OR, AND ó SF se obtiene un mejor rendimiento que en el caso donde se utiliza un único sensor. En el caso de un sensor se obtiene una  $\hat{P}_D = 0.931$  mientras que en el caso de dos sensores se obtienen  $\hat{P}_{D_{OR}} = 0.971$ ,  $\hat{P}_{D_{AND}} = 0.957$  y  $\hat{P}_{D_{SF}} = 0.989$ .

Al igual que en las curvas ROC, en la clasificación en cuanto a prestaciones ofrecidas, se encuentra en primer lugar la combinación SF seguida de la HF OR y en último lugar está la HF AND.



**Figura 4.10.** Probabilidad de detección estimada vs SNR para  $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$ ,  $M=32$  y  $J=2$  con HF-AND

En la figura 4.10 se representa la probabilidad de detección frente a la SNR de la combinación AND con  $M = 32$ ,  $\hat{g}_1 - \hat{g}_2 = 0.25 \text{ dB}$  y  $P_{FA}^* = 0.1$ .

Comparando la figura 4.10 con la figura 4.8 se puede observar como para un mismo valor de  $\hat{g}_1 = -3.43 \text{ dB}$  y bajo los mismos parámetros  $M, \hat{g}_1 - \hat{g}_2$  y  $P_{FA}^*$  los valores son  $\hat{P}_D = 0.87$  en el caso de la figura 4.10 y  $\hat{P}_D = 0.86$  en el caso de la curva ROC de la figura 4.8. El motivo de la pequeña diferencia entre estos dos valores se explica en el apartado 4.1.

Para confirmar que la combinación AND tiene una mayor  $\hat{P}_D$  que el caso en el que se use un solo sensor, se compara la figura 4.10 con la figura 4.5. Observando los marcadores, en el caso de un sensor con  $\hat{g} = -2.51 \text{ dB}$  se obtiene una  $\hat{P}_D = 0.85$  mientras que en el caso de los dos sensores usando la combinación AND bajo las mismas condiciones se obtiene  $\hat{P}_D = 0.923$ .

Caso  $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$

Curvas ROC

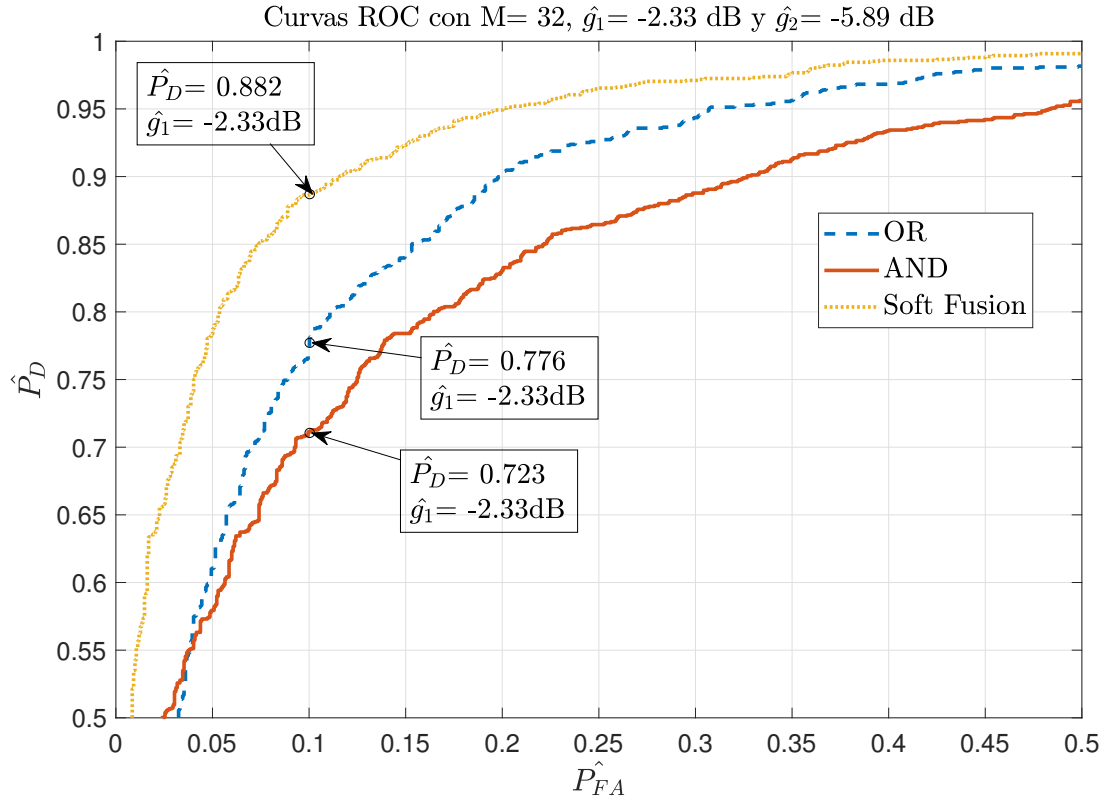
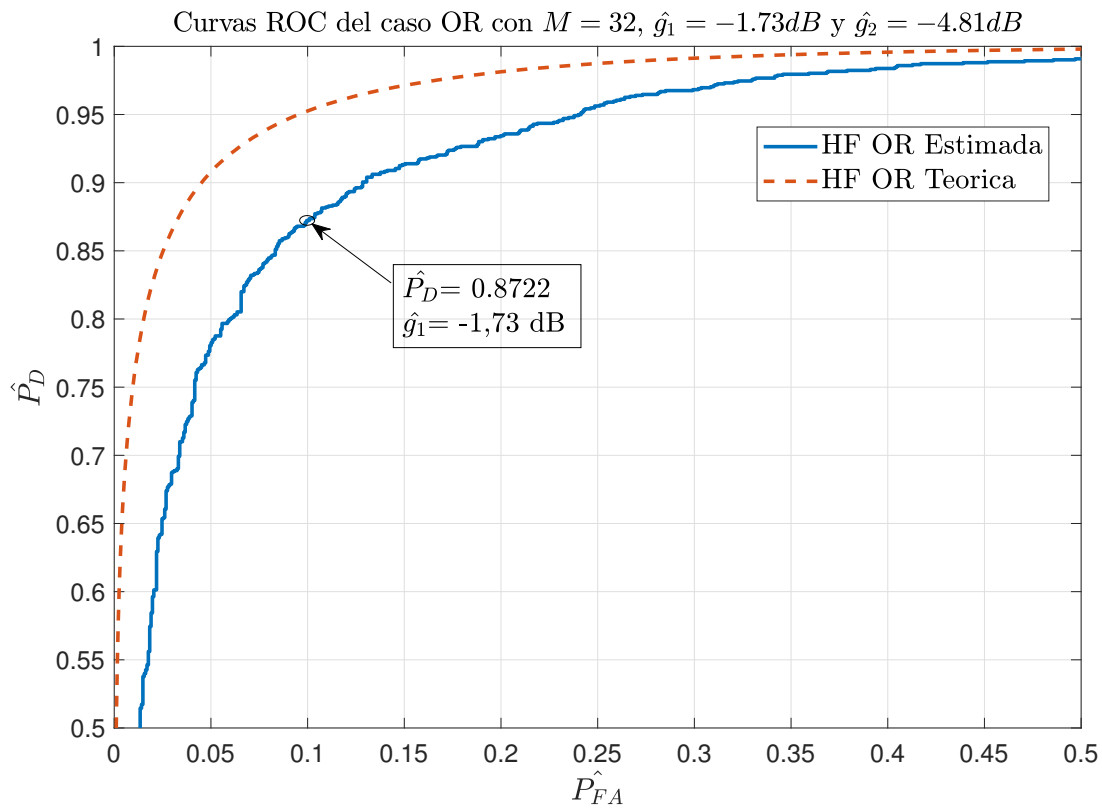


Figura 4.11. Curvas ROC para  $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$ ,  $J=2$  y  $M=32$

En la figura 4.11 se pueden observar las curvas ROC del detector cooperativo usando las combinaciones Soft Fusion, y las OR y AND de Hard Fusion. Los parámetros para obtener las gráficas son  $M = 32$ ,  $\hat{g}_1 = -2.33$  dB y  $\hat{g}_2 = -5.89$  dB. De nuevo la combinación SF, de las tres opciones, es la que mejores resultados presenta. En cuanto a las combinaciones HF-OR y AND, el cruce que aparece en la figura 4.7 para  $\hat{P}_{FA} \approx 0.34$  en este caso, aparece para un valor  $\hat{P}_{FA} \approx 0.04$ . Entonces se puede decir que, para valores  $\hat{P}_{FA} > 0.04$  la combinación OR ofrece unos valores de  $\hat{P}_D$  mayores que los que puede ofrecer la combinación AND.

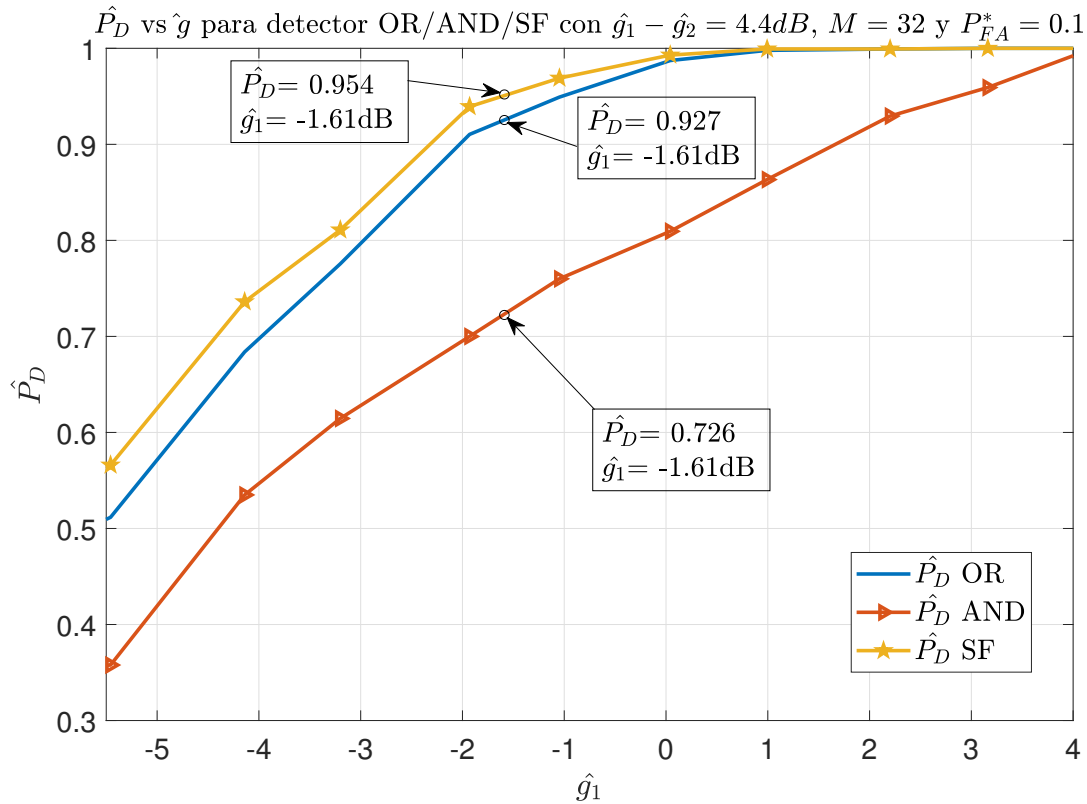




**Figura 4.12.** Curvas ROC para  $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$ ,  $J=2$  y  $M=32$  con HF-OR

En la figura 4.12 se representa la curva ROC para  $M = 32$ ,  $\hat{g}_1 = -1.73dB$  y  $\hat{g}_2 = -4.81dB$  para el caso de dos sensores empleando la combinación HF-OR. En el marcador se destaca el valor  $\hat{P}_D = 0.872$  para una  $\hat{g}_1 = -1.73dB$  y  $\hat{P}_{FA} = 0.1$ . Si se compara este valor con el de la gráfica correspondiente a  $\hat{g} = -1.61dB$  de la figura 4.1 donde se tiene  $\hat{P}_D = 0.915dB$  para una misma  $\hat{P}_{FA}$  se da el caso en el que el uso de una solo sensor ofrece un mejor rendimiento que el uso de dos sensores. La SNR para el mejor sensor de la combinación OR es  $\hat{g}_1 = -1.73dB$  mientras que para el sensor 2 es  $\hat{g}_2 = -4.81dB$ . La combinación OR detecta el canal ocupado cuando alguno de los dos sensores lo detecten. En este caso, ninguno de los dos sensores tiene mayor SNR que el caso de un sensor ( $\hat{g} = -1.61dB$ ) por lo que es de entender que su rendimiento sera levemente inferior.

## Probabilidad de detección frente a la SNR



**Figura 4.13.** Probabilidad de detección estimada vs SNR para  $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$ ,  $M=32$  y  $J=2$

En la figura 4.13 se representa la probabilidad de detección estimada frente a la SNR para las diferentes combinaciones empleadas en el detector cooperativo. Los parámetros empleados para dibujar las curvas son  $M = 32$ ,  $\hat{g}_1 - \hat{g}_2 = 4.4dB$  y  $P_{FA}^* = 0.1$ .

El ranking de posiciones en cuanto a rendimiento ofrecido no difiere del de la figura 4.9. En cuanto a los resultados, para una  $\hat{g}_1 = -1.61dB$ , observando los marcadores de las  $\hat{P}_D$ , los valores correspondientes a las combinaciones SF y HF-OR son ligeramente inferiores a los de caso con  $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$ . En el caso  $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$  se tienen  $P_{D_{OR}}^* = 0.971$ ,  $P_{D_{SF}}^* = 0.989$  mientras que en este caso,  $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$ ,  $P_{D_{OR}}^* = 0.927$ ,  $P_{D_{SF}}^* = 0.954$ . La diferencia de rendimiento radica en la SNR del segundo sensor donde el en primer caso es  $\hat{g}_2 = -1.97dB$  mientras que en el caso que ocupa esta figura 4.13 la SNR es  $\hat{g}_2 = -5.61dB$ .

Por último, cabe destacar la diferencia de  $\hat{P}_D$  que existe para la combinación HF-AND donde el en caso  $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$  es  $\hat{P}_D = 0.957$  mientras que en este caso  $\hat{P}_D = 0.726$ . Esto es debido a que la decisión de la combinación AND recae en el sensor que tiene una SNR menor.

Caso  $\hat{g}_1 \gg \hat{g}_2$

Curvas ROC

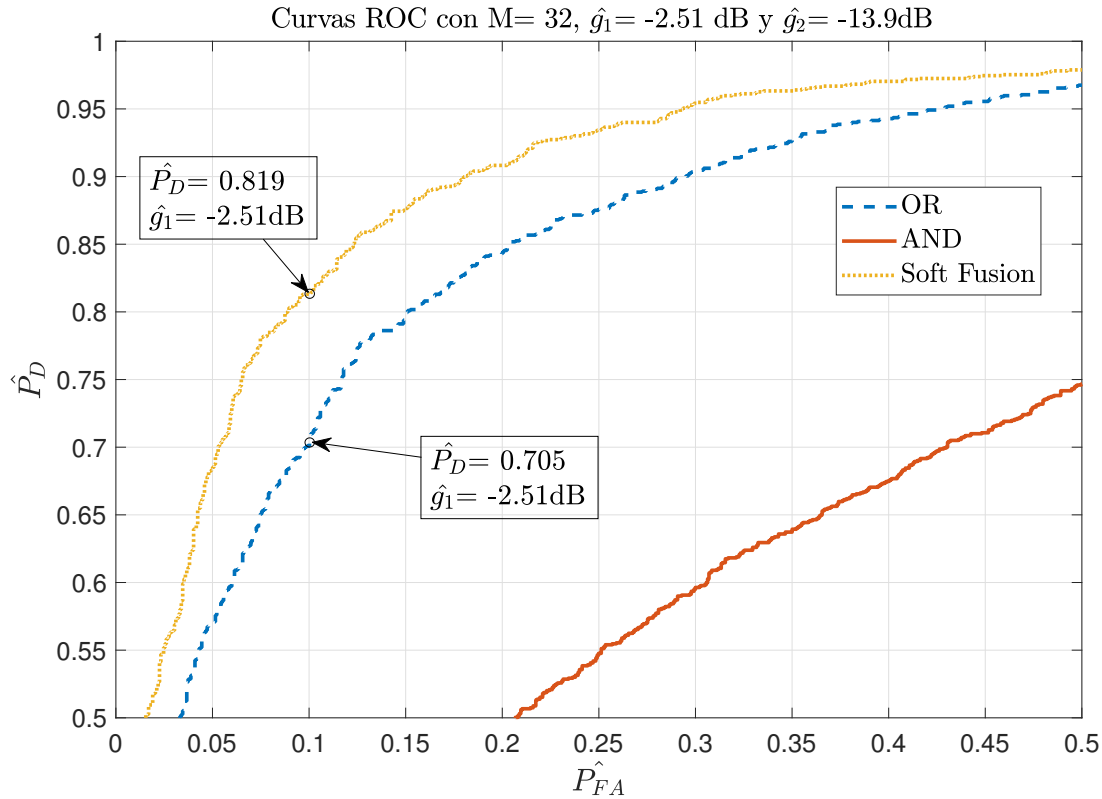
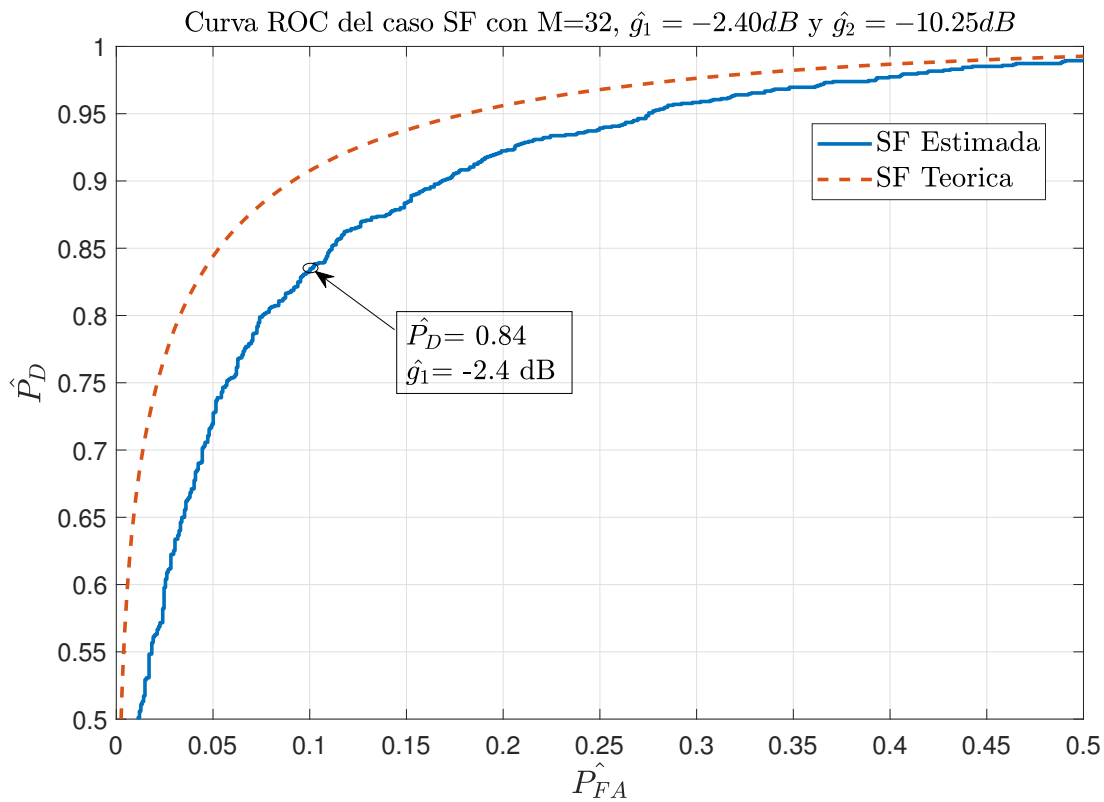


Figura 4.14. Curvas ROC para  $\hat{g}_1 \gg \hat{g}_2$ ,  $J=2$  y  $M=32$

En la figura 4.14 se representan las curvas ROC para el caso del detector cooperativo donde la diferencia entre las SNR's de los sensores es significativa. En este caso  $M = 32$ ,  $\hat{g}_1 = -2.51$  dB y  $\hat{g}_2 = -13.9$  dB. Se tiene una diferencia de SNR entre los sensores  $\hat{g}_1 - \hat{g}_2 = 11.39$  dB. Se puede observar como la curva correspondiente a la combinación AND ha disminuido drásticamente su rendimiento penalizada por la SNR tan pobre del segundo sensor.

Si se compara la figura 4.14 donde  $\hat{g}_1 - \hat{g}_2 = 11.39$  dB con la figura 4.11 donde  $\hat{g}_1 - \hat{g}_2 = 3.56$  dB se puede observar como el ranking de posiciones en cuanto a prestaciones ofrecidas de las combinaciones estudiadas no se ha modificado, sin embargo la  $\hat{P}_D$  si que ha disminuido para unas  $\hat{g}_1$  similares. La combinación SF aplica una ponderación mayor al sensor que tiene una mejor SNR(3.15). En la figura 4.11 la SNR del segundo sensor es  $\hat{g}_2 = -5.89$  dB y la  $\hat{P}_{D_{SF}} = 0.882$ . En el caso de la figura 4.14,  $\hat{g}_2 = -13.9$  dB, por lo tanto la ponderación de ese sensor será inferior a la del primer caso y como resultado se obtiene una  $\hat{P}_{D_{SF}} = 0.819$ , inferior a la  $\hat{P}_{D_{SF}}$  del caso de la figura 4.11.



**Figura 4.15.** Curvas ROC para  $\hat{g}_1 \gg \hat{g}_2$ ,  $J=2$  y  $M=32$  con SF

En la figura 4.15 se representa la curva ROC del detector cooperativo aplicando la combinación SF para  $M = 32$ ,  $\hat{g}_1 = -2,4dB$  y  $\hat{g}_2 = -10.25dB$ .

Si se compara el caso de la figura 4.15 con el caso de un sensor de la figura 4.1, en concreto con la gráfica con  $\hat{g} = -2.58dB$ , se observa como en el caso de  $J=1$  la  $\hat{P}_D = 0.794$  y en el caso del detector cooperativo de la figura 4.15 se tiene  $\hat{P}_D = 0.84$ . Al igual que en la figura previa, a pesar de que el segundo sensor tenga una SNR muy pobre, si se aplica el test (2.20) se pondera, en función de la SNR por baja que sea, la energía adquirida por el segundo sensor. Por este motivo bajo unas mismas condiciones de  $\hat{g}_1, M$  y  $\hat{P}_{FA}$ , la  $\hat{P}_D$ , usando detector cooperativo con combinación SF, siempre será superior a la  $\hat{P}_D$  usando un único sensor.

## Probabilidad de detección frente a la SNR

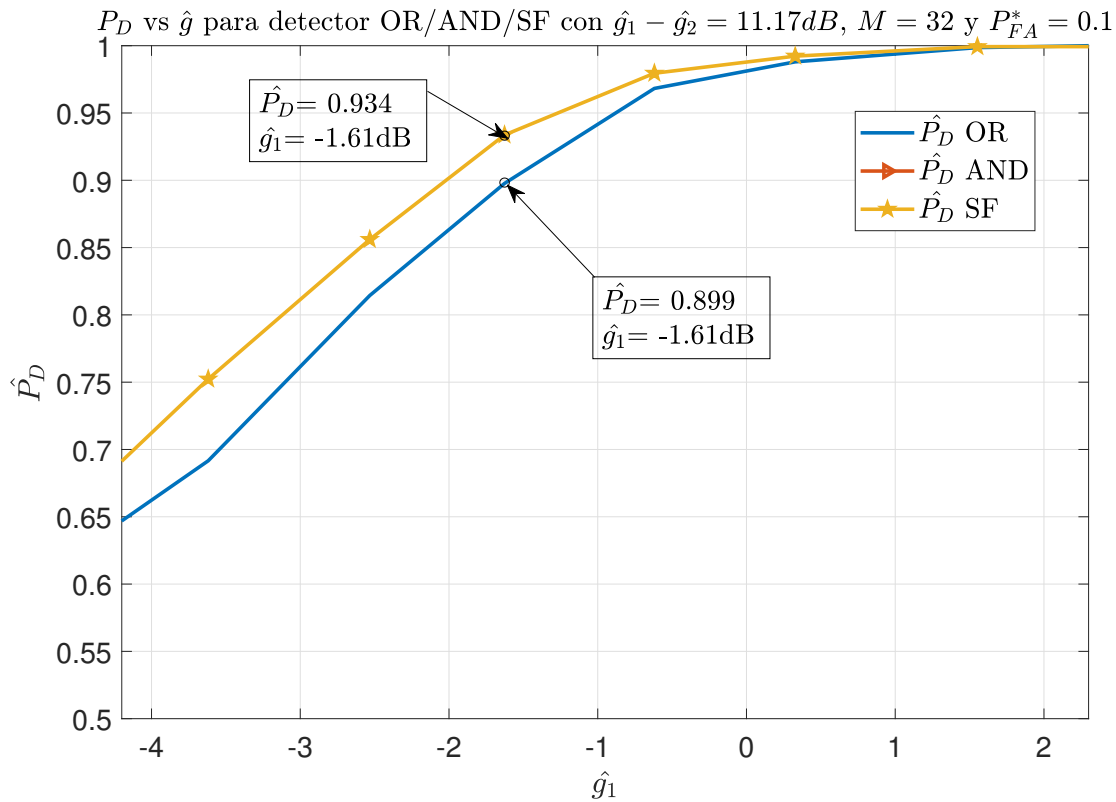


Figura 4.16. Probabilidad de detección estimada vs SNR para  $\hat{g}_1 \gg \hat{g}_2$ ,  $M=32$  y  $J=2$

En la figura 4.16 se representa la  $\hat{P}_D$  frente a la SNR para el caso con  $\hat{g}_1 - \hat{g}_2 = 11.17dB$ ,  $M = 32$  y  $P_{FA}^* = 0.1$ .

En este caso, como la SNR del segundo sensor es tan pobre, la combinación HF-AND no ha conseguido superar la  $\hat{P}_D > 0.5$  por lo que no aparece en la gráfica. Se necesitarían unas SNR muy altas para que la combinación HF-AND fuera funcional para este caso con una diferencia de SNR tan grande entre los sensores.

En cuanto a las combinaciones OR y SF, siguen el mismo patrón de clasificación que en las figuras 4.9 y 4.13. Si se comparan los valores de  $\hat{P}_D$  con la figura 4.13 se puede observar los de esta figura 4.16 son levemente inferiores a los de la figura 4.13. Estos valores son  $\hat{P}_{D_{OR}} = 0.927$  y  $\hat{P}_{D_{SF}} = 0.954$  en el caso anterior,  $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$ , y  $\hat{P}_{D_{OR}} = 0.899$  y  $\hat{P}_{D_{SF}} = 0.93$  para este caso,  $\hat{g}_1 \gg \hat{g}_2$ . Esto es debido a la SNR pobre del segundo sensor por lo que el rendimiento de este detector es prácticamente el mismo al caso donde se tiene un único sensor de la figura 4.5.

# CAPÍTULO 5

## Conclusiones y líneas futuras

Una vez analizados los resultados asociados a los experimentos de detección para diferentes números de sensores y combinaciones posibles, es el momento de realizar un repaso y analizar el trabajo desde el punto de vista del cumplimiento de los objetivos que se definieron en el primer capítulo. También se dedicará un espacio de reflexión sobre las posibles líneas futuras de mejora del proyecto. De este modo, este último capítulo del proyecto queda dividido en dos breves secciones: la primera, dedicada a la evaluación del trabajo; la segunda, dedicada a las líneas de mejora futura.

### 5.1. Conclusiones del trabajo

Como ya se anticipó en el capítulo 1, la motivación principal de este trabajo ha sido desarrollar un detector de señales de PU's del espectro de radiofrecuencia mediante el empleo de técnicas de detección basadas en la energía de las señales. Durante el desarrollo del proyecto se han presentado numerosos problemas que se han convertido en objetivos secundarios imprescindibles para conseguir el objetivo principal.

Se ha partido de un modelo teórico, con el cual se han definido los diferentes test de hipótesis para el detector individual y para el detector cooperativo. Para ello, se ha llevado a cabo el desarrollo matemático para calcular y estimar parámetros necesarios como la energía y varianza de las señales, los umbrales ó la SNR. También se han definido de manera teórica los criterios de decisión para el caso del detector cooperativo y sus diferentes combinaciones.

Una vez finalizada la parte teórica, se ha implementado un detector de energía utilizando las USRP's. Después de realizar varias pruebas, investigar los límites de las USRP's y dar con la configuración apropiada del tamaño de trama a transmitir se planteó un objetivo importante, la sincronización. Es un paso imprescindible para caracterizar el rendimiento del detector. Tras estudiar varios métodos de sincronización, se ha llegado a la conclusión de que la manera más óptima es utilizando la correlación circular con el CT (3.3.1). Una vez solucionado el problema de la sincronización, se ha explicado la metodología para extraer todos los parámetros necesarios para la caracterización del rendimiento del detector.

Por último, se han analizado los resultados obtenidos en el estudio experimental del detector de energía, para un único sensor y para el caso con dos sensores y diferentes combinaciones.

Se ha demostrado que el empleo del detector cooperativo bajo unas mismas condiciones de SNR en todos sus sensores y con las diferentes combinaciones (HF-OR, HF-AND, SF) mejora sustancialmente el rendimiento frente al detector con un solo sensor. Cabe destacar el buen rendimiento de la combinación Soft Fusion siendo esta la que marca la mayor diferencia con el caso del detector individual y no solo en el caso donde  $\hat{g}_1 \approx \hat{g}_2$ , también en los casos  $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$  y  $\hat{g}_1 \gg \hat{g}_2$ . Suponiendo que no se conoce la SNR, las combinaciones AND y OR de Hard Fusion son la opción adecuada ya que no se necesita conocer la SNR para fijar el umbral de detección. Según los resultados obtenidos, en el caso donde  $\hat{g}_1 = \hat{g}_2$ , entre AND y OR, es la combinación AND la que ofrece unos mejores resultados siempre y cuando la  $P_{FA} < 0.34$ . Sin embargo, en los casos  $\hat{g}_1 > \hat{g}_2$  y  $\hat{g}_1 \gg \hat{g}_2$ , la combinación AND se ve muy penalizada debido a que su decisión se restringe al sensor con la peor SNR. En estos casos, la combinación OR es la mejor opción dentro de las combinaciones Hard Fusion analizadas.

## 5.2. Líneas futuras

Aunque se ha conseguido el objetivo de implementar un detector de señales de energía para uno y dos sensores con diferentes combinaciones, existen algunas sugerencias para la implementación propuesta. También, partiendo de lo realizado en este proyecto se plantean algunos experimentos que pueden resultar interesantes para el campo de la CR.

- Líneas futuras:

1. En este proyecto se ha implementado un algoritmo de tipo “batch” u offline. Es decir, se han capturado un lote de muestras y se han agrupado en grupos de tamaño M para posteriormente calcular la energía de las muestras. Esto a facilitado la caracterización del rendimiento del detector. Sin embargo, es un modelo incapaz de adaptarse a las condiciones en tiempo real. Por ello se podría realizar la implementación de un algoritmo secuencial u online. En este modelo de algoritmo, en vez de adquirir un CT, se adquiere justo el tamaño M de muestras para calcular la energía. Se trata de un algoritmo ciego que va aprendiendo ya que, en las primeras adquisiciones, la estima de la varianza y SNR serían muy pobres y con ello el rendimiento del detector pero a medida que va midiendo energías, las estimas de  $\hat{\sigma}$  y  $\hat{g}$  van siendo más precisas y el detector va mejorando su rendimiento progresivamente. Suponiendo un canal invariante como el empleado en este proyecto, el resultado tanto del algoritmo secuencial como del tipo offline convergerían. Una ventaja de este tipo de algoritmo es que soportaría canal variante ya que se va adaptando a los cambios del canal y aprendiendo constantemente..

- Experimentos interesantes:

1. Sobre el proyecto realizado, se podrían realizar los experimentos pero esta vez sobre canal variante y estudiar el comportamiento del detector. El efecto de canal variante se puede implementar físicamente o simulándolo en MatLab [20].
2. El modelo de USRP Ettus B210 empleado en este proyecto presenta la limitación de tener solo dos canales disponibles para recepción. Sería interesante realizar los experimentos de este proyecto con un modelo de USRP (como el N310 de “Nationals Instruments”) que ofrezca la posibilidad de instalar más sensores (Hasta 4 sensores en el caso mencionado).





# Anexos

## Anexo I: LRT con un sensor

Si  $g$  es conocida, la regla de decisión optima es el LRT

$$\frac{f(e|\mathcal{H}_1)}{f(e|\mathcal{H}_0)} = \frac{f(e|s=1, g)}{f(e|s=0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma_0. \quad (1)$$

Aplicando 2.5 a ambas hipótesis se tiene

$$f(e|s=0) = \frac{2^{-M}}{\Gamma(M)} e^{M-1} \exp\left(\frac{-e}{2}\right), \quad (2)$$

para  $\mathcal{H}_0$  y

$$f(e|s=1, g) = \frac{2^{-M}}{\Gamma(M)} \frac{e^{M-1}}{(1+g)^M} \exp\left(\frac{-e}{2(1+g)}\right) \quad (3)$$

para  $\mathcal{H}_1$ .

Se sustituye (2) y (3) en (1)

$$(1+g)^{-M} \exp\left(-\frac{e}{2(1+g)} + \frac{e}{2}\right) \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma_0,$$

aplicando logaritmos

$$-M \log(1+g) - \frac{e}{2(1+g)} + \frac{e}{2} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \log(\gamma_0),$$

despejamos  $e$  hacia el estadístico y  $\gamma_0$  hacia el umbral

$$\frac{eg}{1+g} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} (2 \log(\gamma_0) + 2M \log(1+g)),$$

obteniendo finalmente el test (2.11)

$$e \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma', \quad (4)$$

donde  $\gamma'$  es

$$\gamma' = \frac{1+g}{g} (2 \log(\gamma_0) + 2M \log(1+g)). \quad (5)$$

## Anexo II: Cálculo del umbral de detección $\gamma$ para el detector Soft Fusion

Considerando la aproximación (2.23), para garantizar una probabilidad de falsa alarma prefijada,  $P_{FA}^*$  imponemos

$$P_{FA}^*(\gamma) = 1 - F_{\Gamma(K,\theta)}\left(\frac{4k_2}{k_3}(\gamma - k_1) + \frac{8k_2^3}{k_3^2}\right), \quad (6)$$

a partir de (6) despejamos el umbral de detección

$$1 - P_{FA}^* = F_{\Gamma(K,\theta)}\left(\frac{4k_2}{k_3}(\gamma - k_1) + \frac{8k_2^3}{k_3^2}\right),$$

$$\frac{4k_2}{k_3}\gamma - \frac{4k_2k_1}{k_3} + \frac{8k_2}{k_3^2} = F_{\Gamma(K,\theta)}^{-1}(1 - P_{FA}^*)$$

$$\frac{4k_2}{k_3}\gamma = F_{\Gamma(K,\theta)}^{-1}(1 - P_{FA}^*) + \frac{4k_2k_1}{k_3} - \frac{8k_2}{k_3^2}$$

por lo que finalmente el umbral es

$$\gamma = \frac{k_3}{4k_2} \left[ F_{\Gamma(K,\theta)}^{-1}(1 - P_{FA}^*) + \frac{4k_2k_1}{k_3} - \frac{8k_2}{k_3^2} \right] \quad (7)$$

# Bibliografía

- [1] Gregory Staple and Kevin Werbach. The end of spectrum scarcity. *IEEE Spectrum*, 2005.
- [2] T.A. Weiss and F.K. Jondral. Spectrum pooling: an innovative strategy for the enhancement of spectrum efficiency. *IEEE Communications Magazine*, 42(3):S8–14, 2004.
- [3] D. Cabric, S.M. Mishra, and R.W. Brodersen. Implementation issues in spectrum sensing for cognitive radios. In *Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2004.*, volume 1, pages 772–776, Pacific Grove, Ca, USA, 2004. IEEE.
- [4] J. Mitola. Software radios: Survey, critical evaluation and future directions. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 8(4):25–36, April 1993.
- [5] D. Cho Park, J. QoS provisioning spectrum management based on intelligent matching and reservation for cognitive radio system. IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 2007.
- [6] Danilo A López, Edwin R Trujillo, and Oscar E Gualdrón. Elementos Fundamentales que Componen la Radio Cognitiva y Asignación de Bandas Espectrales. *Información tecnológica*, 26(1):23–40, 2015.
- [7] Ettus Research. USRP hardware driver and USRP manual version: 4.0.0.0-127-g13f1dc28f. Ettus.
- [8] Rahul Tandra Niels Hoven and Prof. Anant Sahai. Some fundamental limits on cognitive radio. *Wireless Foundations, EECS*, 2005.
- [9] Ma<sup>a</sup> Ángeles de la Cruz Barquero. Detección e identificación de señales para radio cognitiva. *Universidad Carlos III de Madrid*, 2013.
- [10] Jun Ma, Guodong Zhao, and Ye Li. Soft Combination and Detection for Cooperative Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(11):4502–4507, November 2008.
- [11] Zhi Quan, Shuguang Cui, and Ali H. Sayed. Optimal Linear Cooperation for Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2(1):28–40, February 2008.
- [12] Karaputugala Madushan Thilina, Kae Won Choi, Nazmus Saquib, and Ekram Hossain. Machine Learning Techniques for Cooperative Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 31(11):2209–2221, November 2013.
- [13] Steven M. Kay. *Fundamentals of statistical signal processing*. Prentice Hall signal processing series. Prentice-Hall PTR, Englewood Cliffs, N.J, 1993.

- [14] Dean A. Bodenham and Niall M. Adams. A comparison of efficient approximations for a weighted sum of chi-squared random variables. *Statistics and Computing*, 26(4):917–928, July 2016.
- [15] M.J. Buckley and G.K. Eagleson. AN APPROXIMATION TO THE DISTRIBUTION OF QUADRATIC FORMS IN NORMAL RANDOM VARIABLES. *Australian Journal of Statistics*, 30A(1):150–159, May 1988.
- [16] Matthias Wellens, Janne Riihijärvi, and Petri Mähönen. Empirical time and frequency domain models of spectrum use. *Physical Communication*, 2(1-2):10–32, March 2009.
- [17] Miguel Lopez-Benitez and Fernando Casadevall. Time-Dimension Models of Spectrum Usage for the Analysis, Design, and Simulation of Cognitive Radio Networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 62(5):2091–2104, June 2013.
- [18] Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, and Syed Hamid Nawab. *Signals & systems*. Prentice-Hall signal processing series. Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J, 2nd ed edition, 1997.
- [19] Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schafer, and John R. Buck. *Discrete-time signal processing*. Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J, 2nd ed edition, 1999.
- [20] Jesús Gutiérrez. *Measurement, characterization and emulation of wideband MIMO channels*. PhD thesis, University of Cantabria, 2013.